

GEPHI - SCIENCE DES RÉSEAUX

QUI SUIS-JE

- Rémy Cazabet
- Maître de conférences
 - Université Lyon I
 - LIRIS, DM2L Team (Data Mining & Machine Learning)
- Informatique => Science des réseaux
- Contact me: remy.cazabet@univ-lyon1.fr
- <http://cazabetremy.fr>

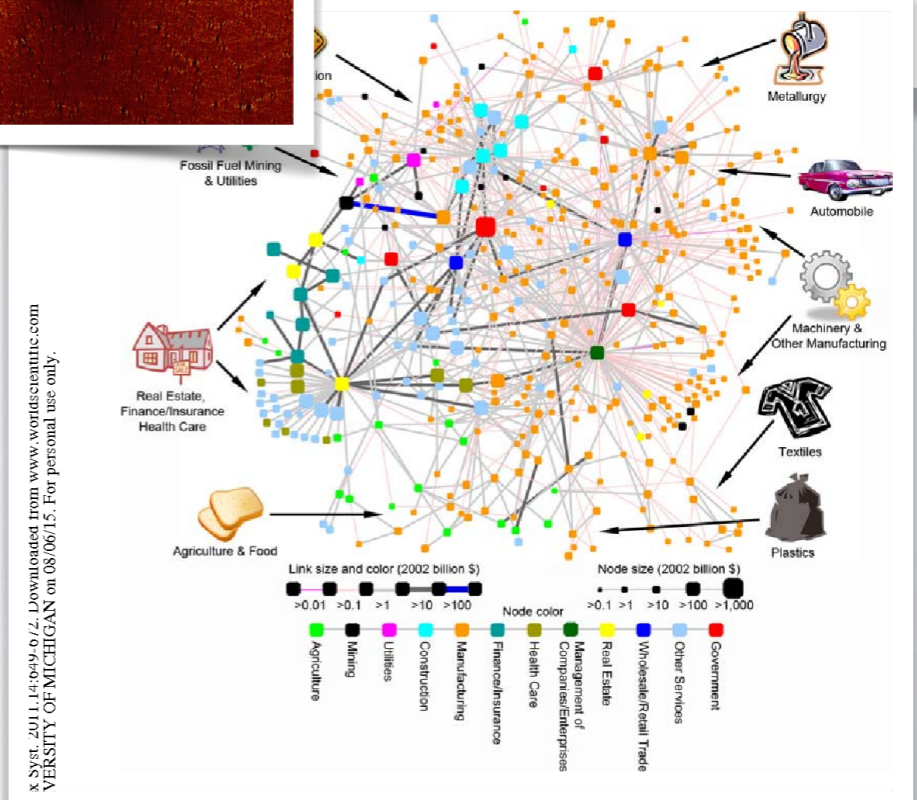
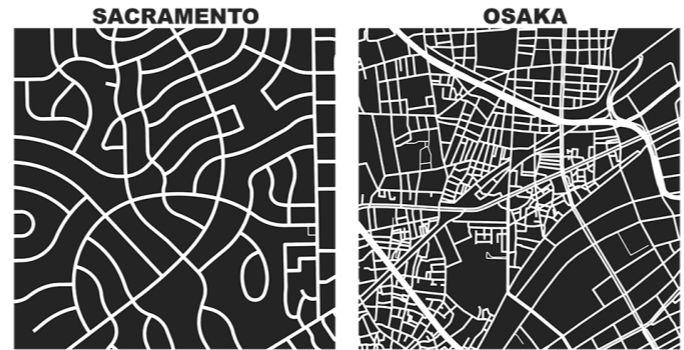
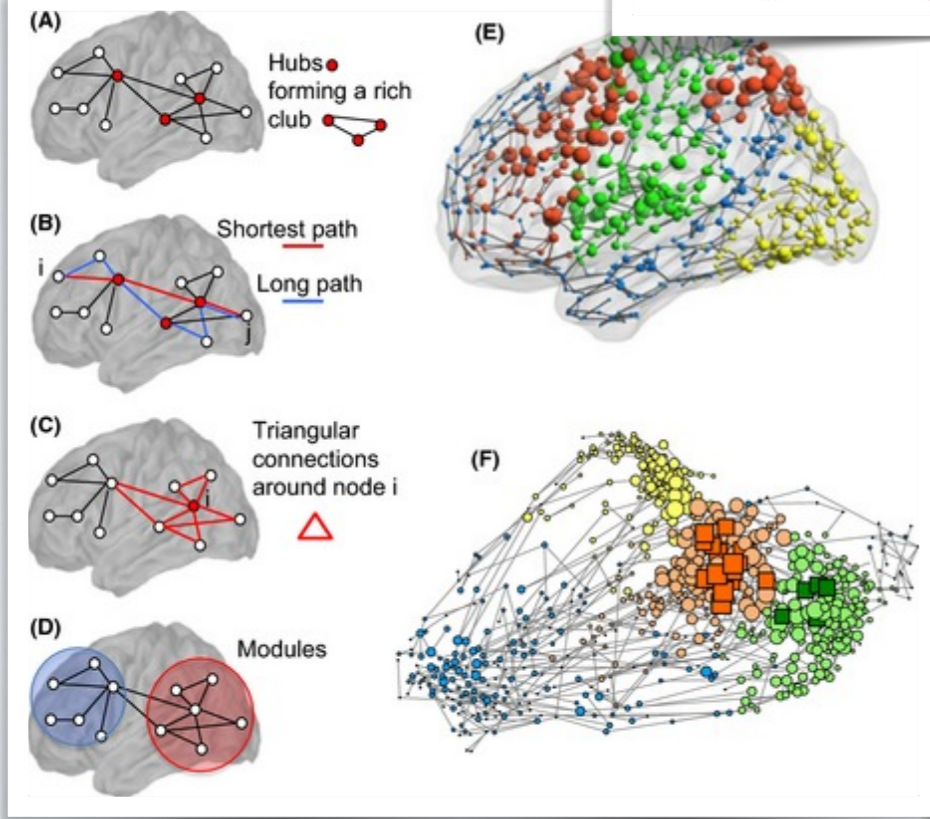
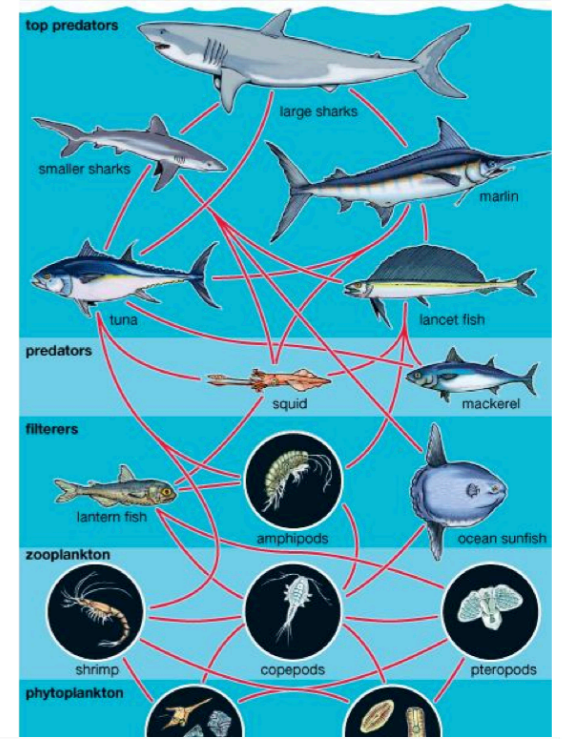
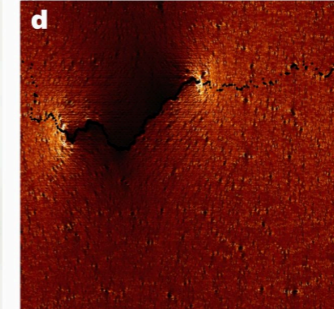
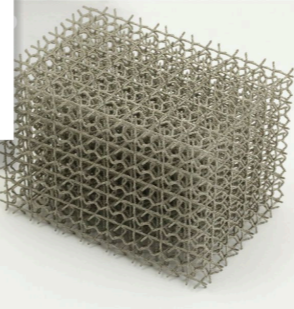
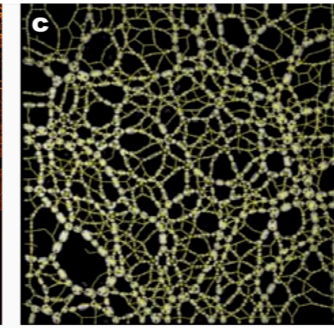
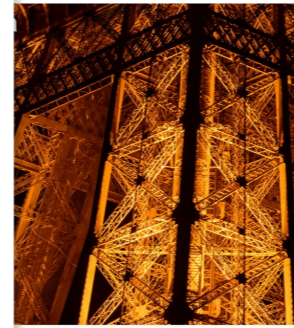
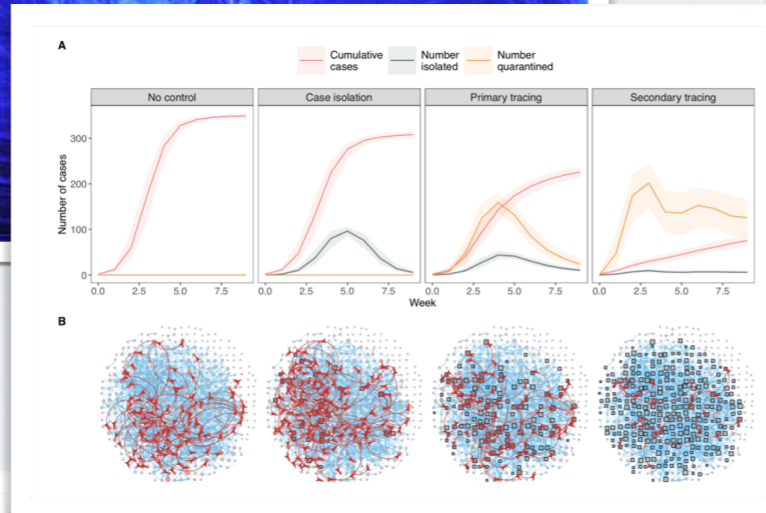
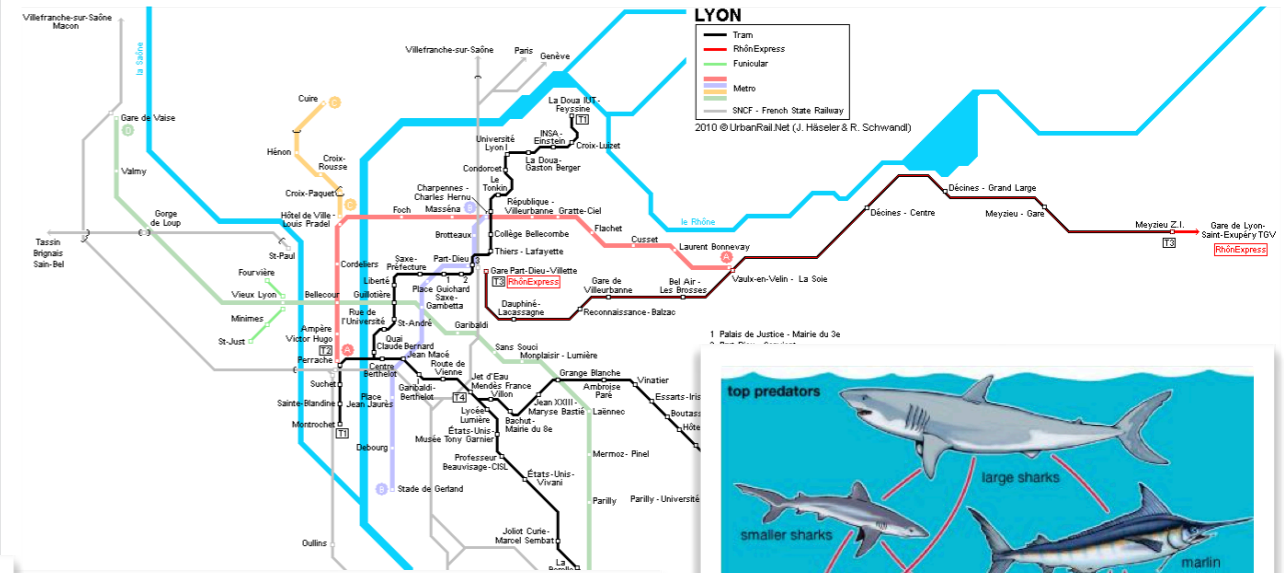
PLAN

- Introduction à la science des réseaux
- Utiliser Gephi

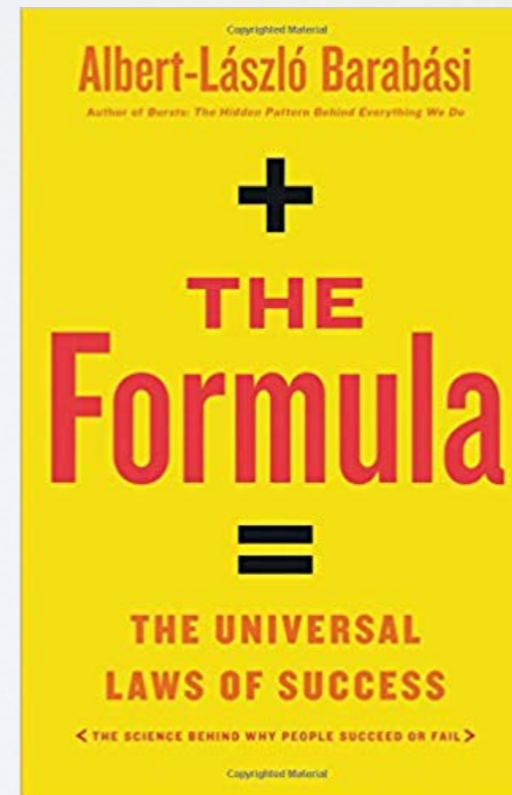
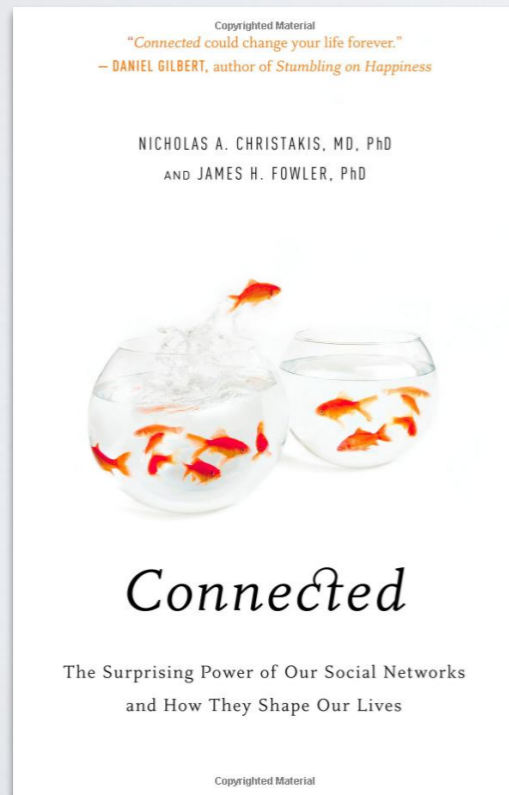
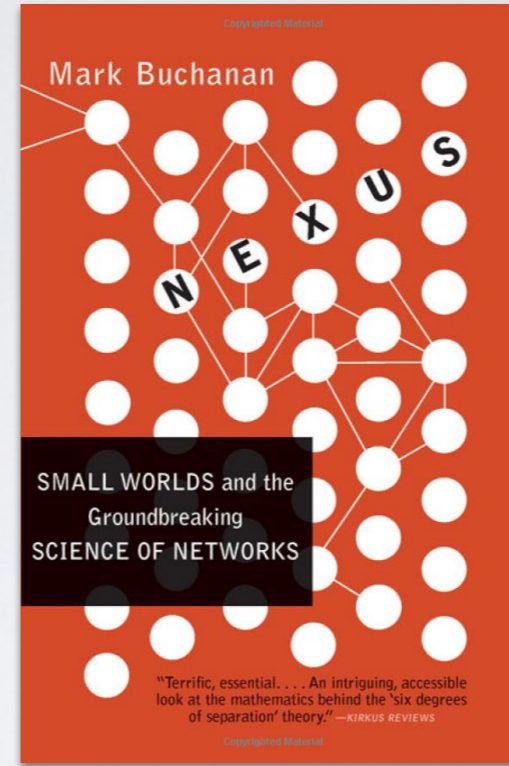
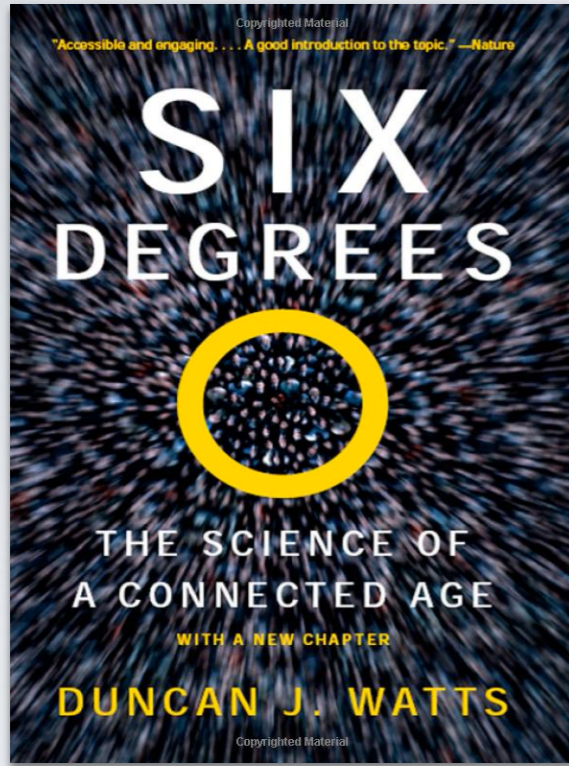
GEPHI

- An logiciel pour visualiser des données sous forme de graphes, et pour des analyses réseaux simples
- Pour aller plus loins dans les analyses, programmation:
 - Python: Networkx, igraph, graph-tool, etc.

SCIENCE DES RÉSEAUX



www.wordscount.com
 UNIVERSITY OF MICHIGAN on 08/06/15. For personal use only.



J'ai une copie que je peux prêter

GRAPHES ET RÉSEAUX

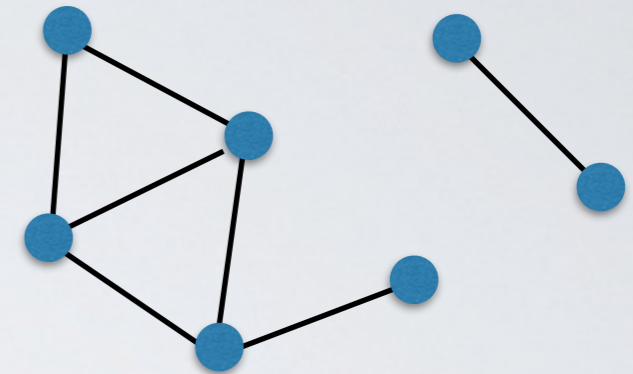
GRAPHS & NETWORKS

Réseaux : Objet réel

- www,
- Réseau social
- Réseau autoroutier
- Vocabulaire: (Réseau, nœud, lien)

Graphe : Représentation mathématique d'un réseau:
Vocabulaire: (Graphe, vertex, arête)

J'utilise les deux termes de manière interchangeable



| Vertex | Lien |
|----------|------------|
| Personne | Amitié |
| neurone | synapse |
| Website | hyperlien |
| Auteur | co-écrit |
| gène | Régulation |

Réseaux : notation graphe

Notation graphe : $G = (V, E)$

V

Ensemble de nœuds/Vertex.

E

Ensemble de liens

$u \in V$

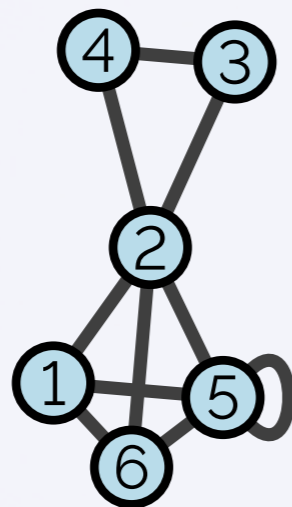
un nœud.

$(u, v) \in E$

un lien.

Réseaux : notation graphe

Graphe



Notation graphe

$$G = (V, E)$$

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$E = \{(1, 2), (1, 6), (2, 4), (2, 3), (2, 5), (2, 6), (6, 5), (5, 5), (4, 3)\}$$

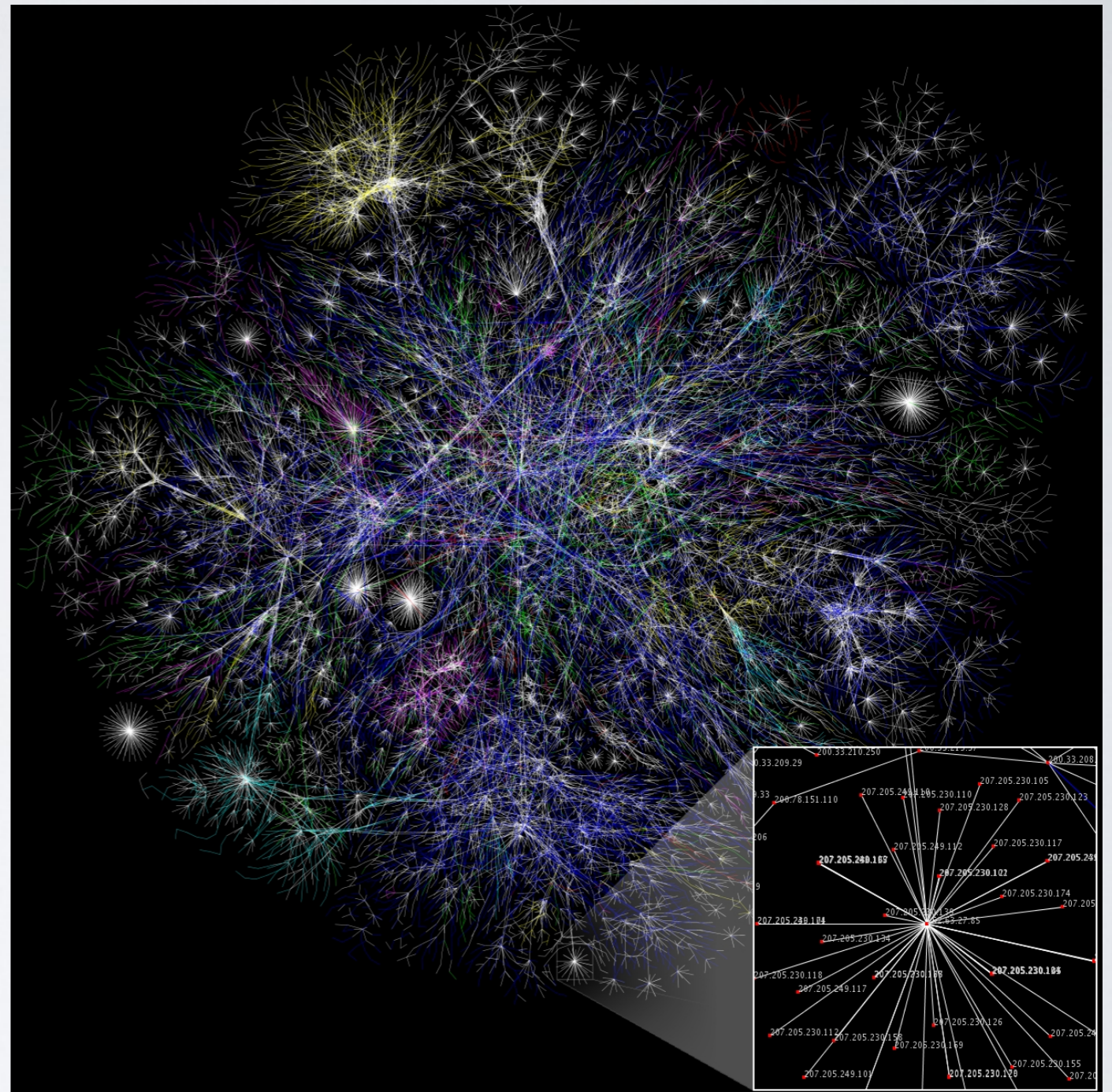
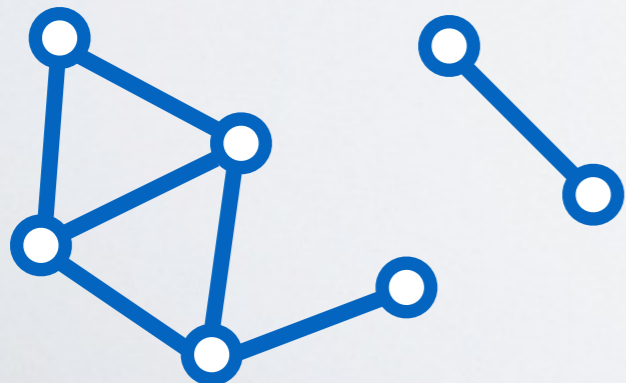
Types de Réseaux

Non dirigés

Opte project

$$G=(V, E)$$

$$(u, v) \in E \equiv (v, u) \in E$$



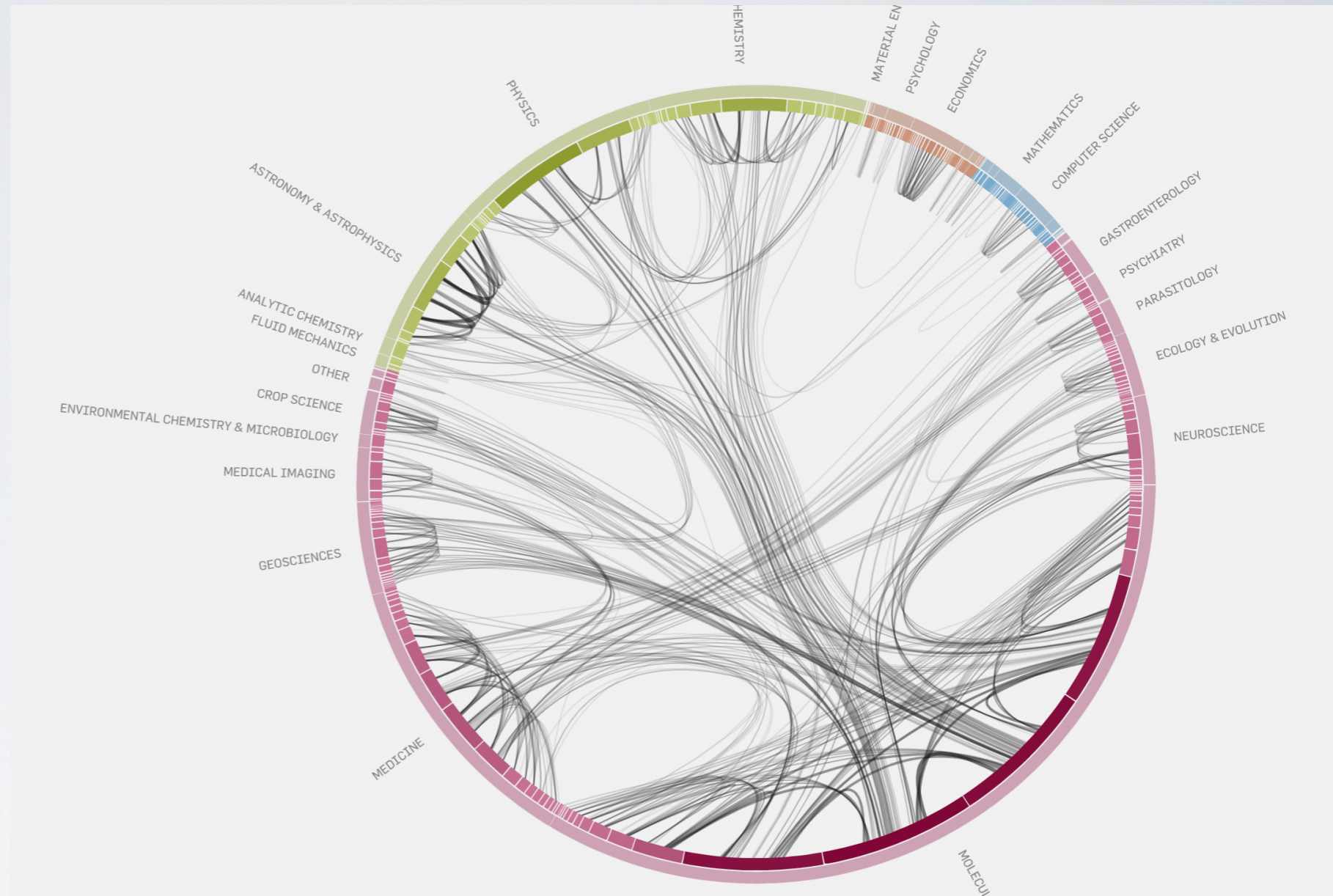
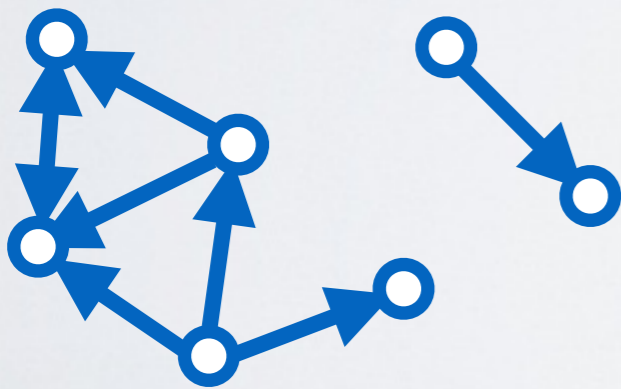
The Internet: Nodes - routers, Links - physical wires

Dirigé

Moritz Stefaner, eigenfactor.com

$$G=(V, E)$$

$$(u,v) \in E \neq (v,u) \in E$$



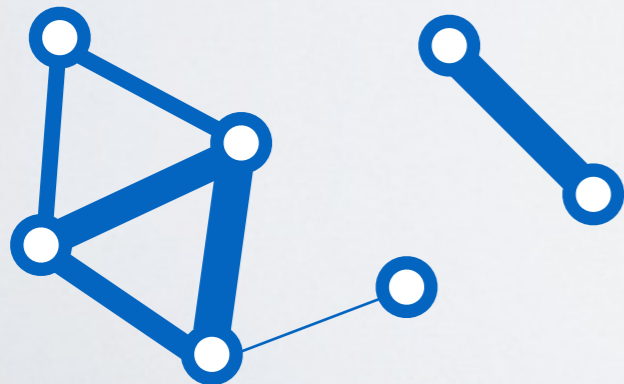
Citation network: Nodes - publications, Links - references

Réseaux pondérés

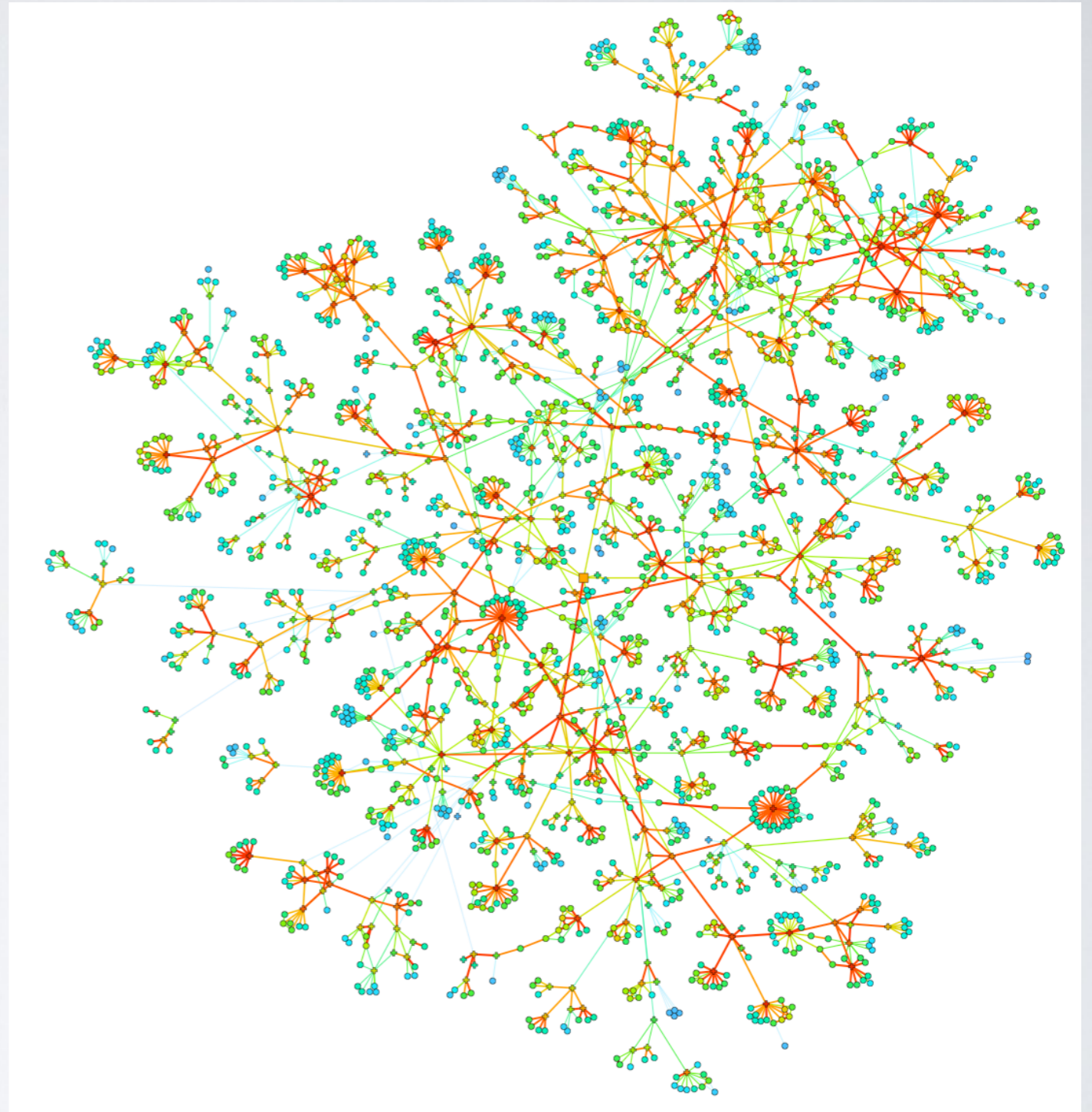
$$G=(V, E, w)$$

$$w: (u,v) \in E \Rightarrow R$$

- La force des liens est représentée par un poids

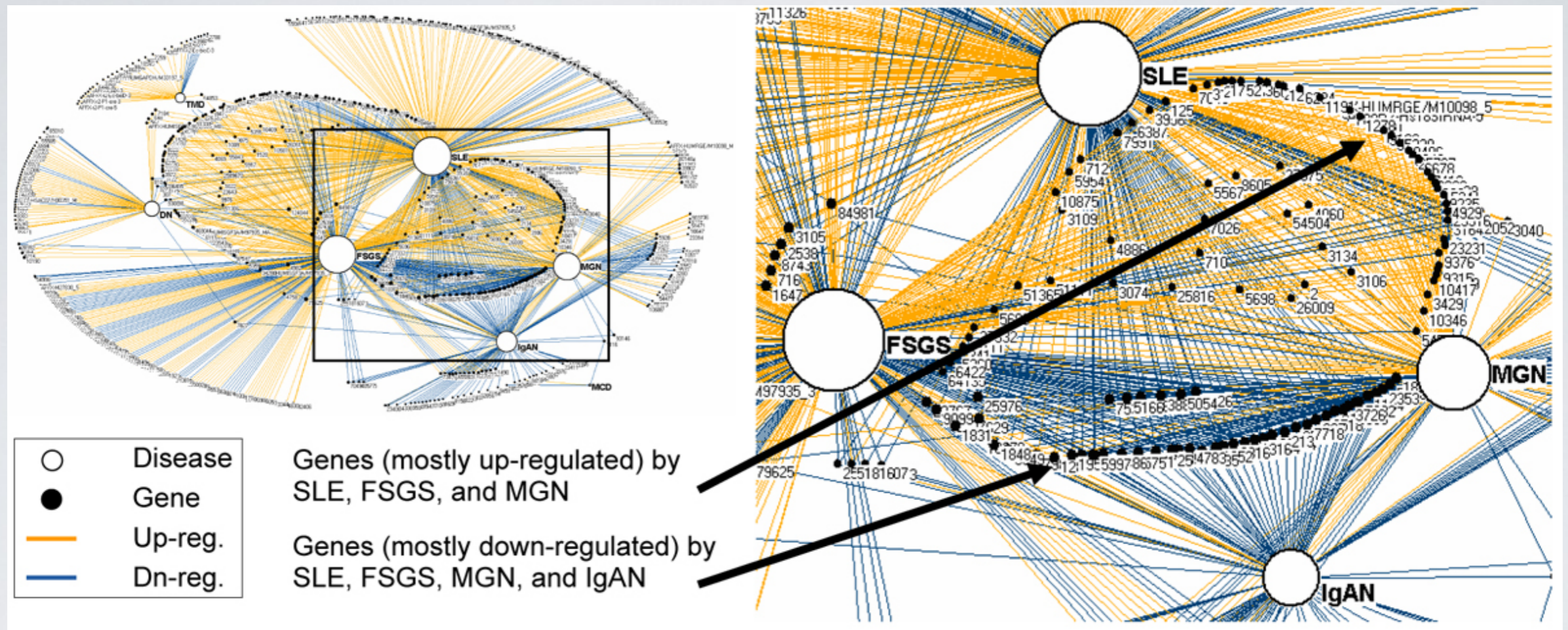


Onnela et.al. New Journal of Physics 9, 179 (2007).



Social interaction network: Nodes - individuals
Links - social interactions

Réseaux bipartite

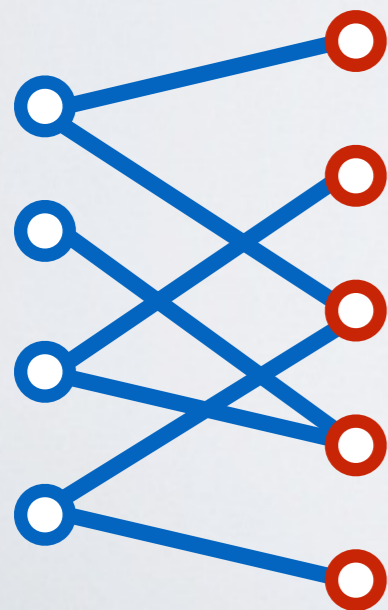


Bhavnani et.al. BMC Bioinformatics 2009, **10**(Suppl 9):S3

Gene-disease network:

Nodes - Disease (7)&Genes (747)

Links - gene-disease relationship



$$G=(U, V, E)$$

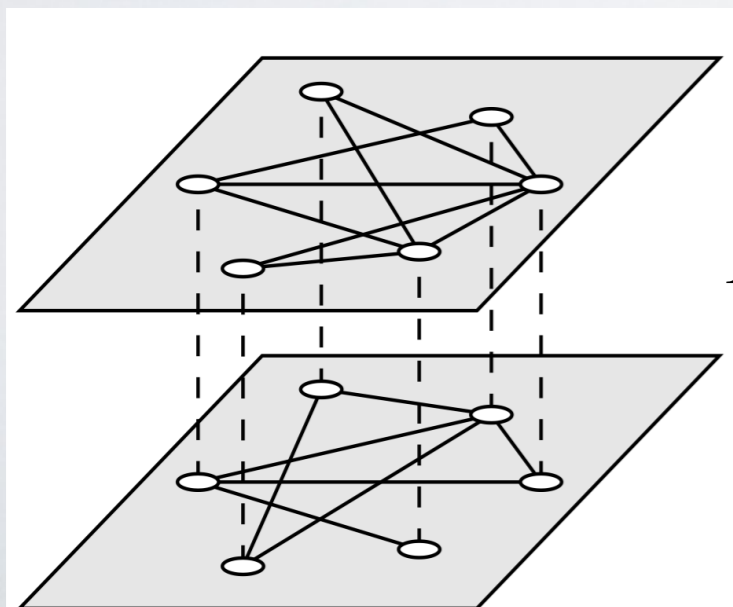
$$U \cap V = \emptyset$$

$$\forall (u,v) \in E, u \in U \text{ and } v \in V$$

Réseaux multiplexes

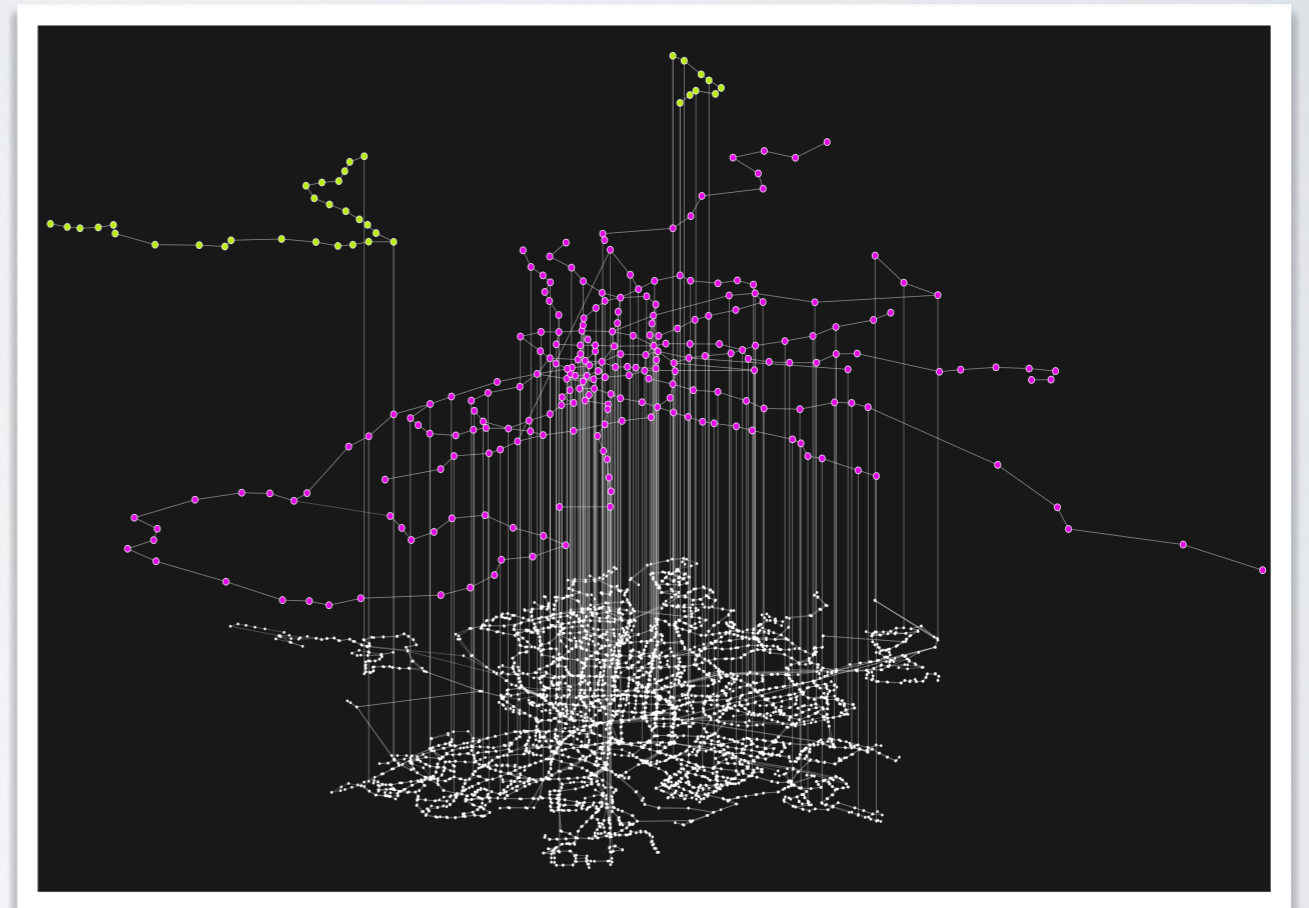
$$G=(V, E_i), i=1 \dots M$$

- Nœuds présents dans plusieurs réseaux simultanément
- Ces réseaux sont connectés par leurs nœuds partagés



$M=2$

Gomes et.al. Phys. Rev. Lett. 110, 028701 (2013)



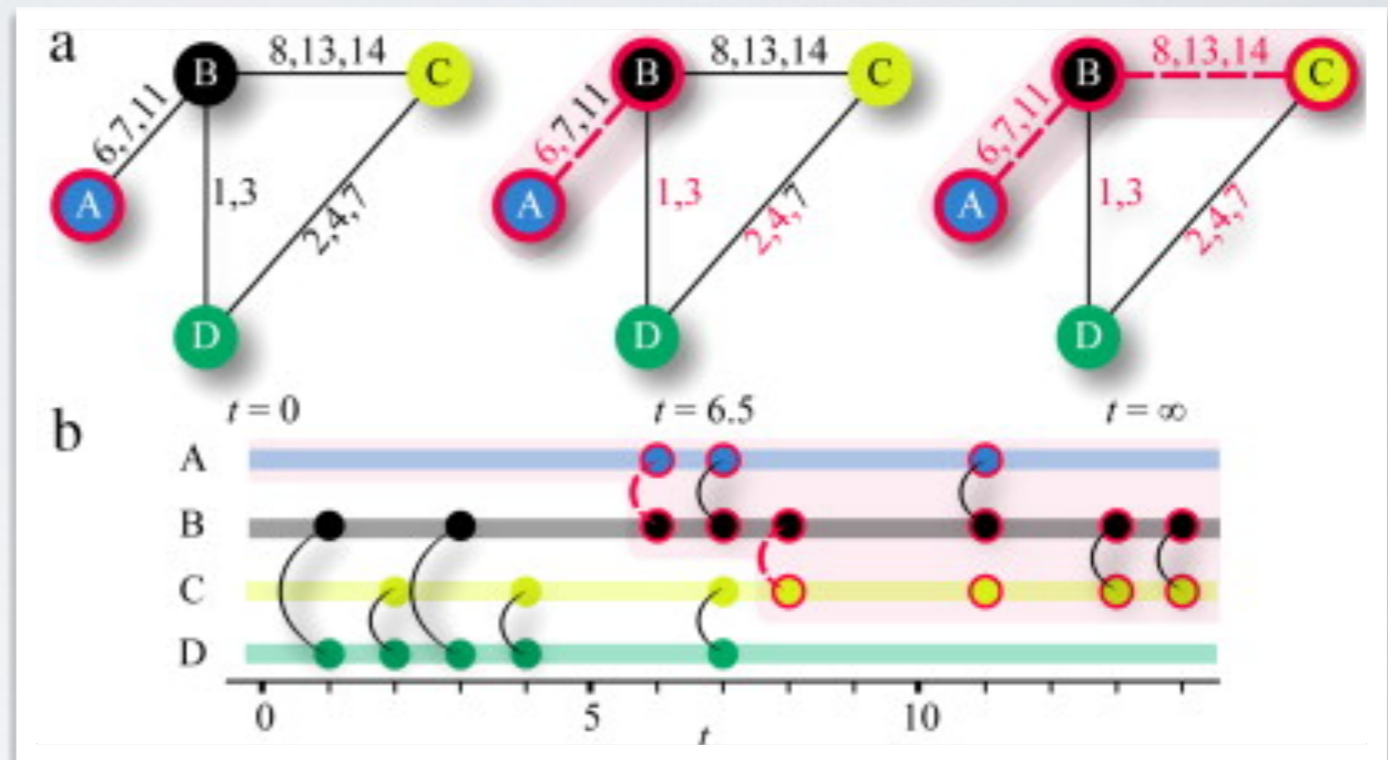
[Mendez-Bermudez et al. 2017]

Réseaux dynamiques

$$G=(V, E_t), (u,v,t,d) \in E_t$$

t - instant de l'interaction

d - durée de l'interaction (u,v,t)



Mobile communication network

Nodes - individuals

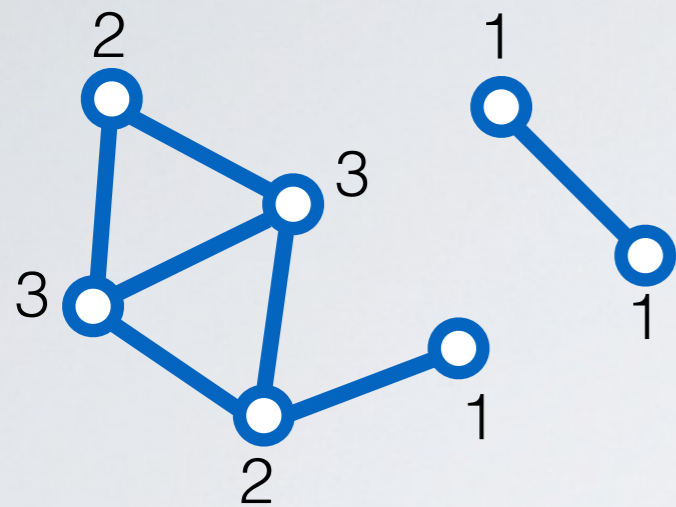
Links - calls and SMS

Description des nœuds/liens

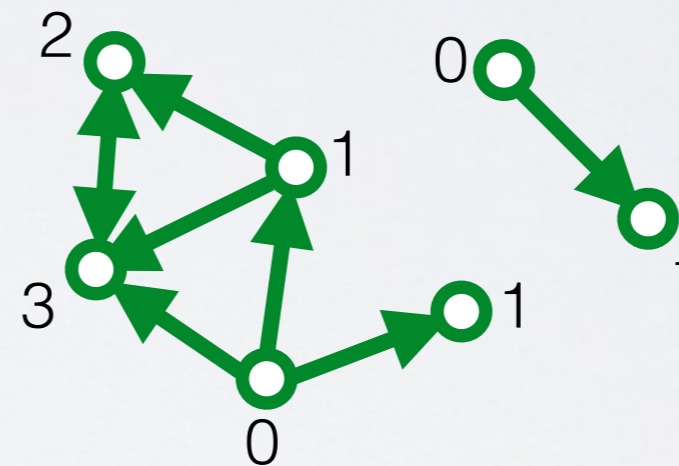
| | |
|-------------|--|
| N_u | Voisins de u , nœuds qui partagent un lien avec u . |
| k_u | Degré de u , nombre de voisins $ N_u $. |
| N_u^{out} | Successeurs de u , nœuds tels que $(u, v) \in E$ dans un graph dirigé |
| N_u^{in} | Prédécesseurs de u , nœuds tels que $(v, u) \in E$ dans un graphe dirigé |
| k_u^{out} | Degré sortant de u , Nombre de liens dont u est l'origine $ N_u^{out} $. |
| k_u^{in} | Degré entrant de u , nombre de liens qui ont pour destination $ N_u^{in} $ |
| $w_{u,v}$ | Poid d'un lien (u, v) . |
| s_u | Force de u , somme des poids des liens adjacents, $s_u = \sum_v w_{uv}$. |

Degré des nœuds

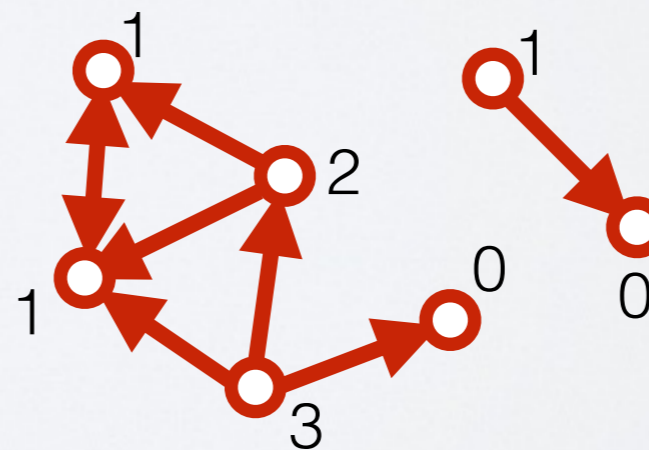
- Graphe non dirigé



- Graphe dirigé

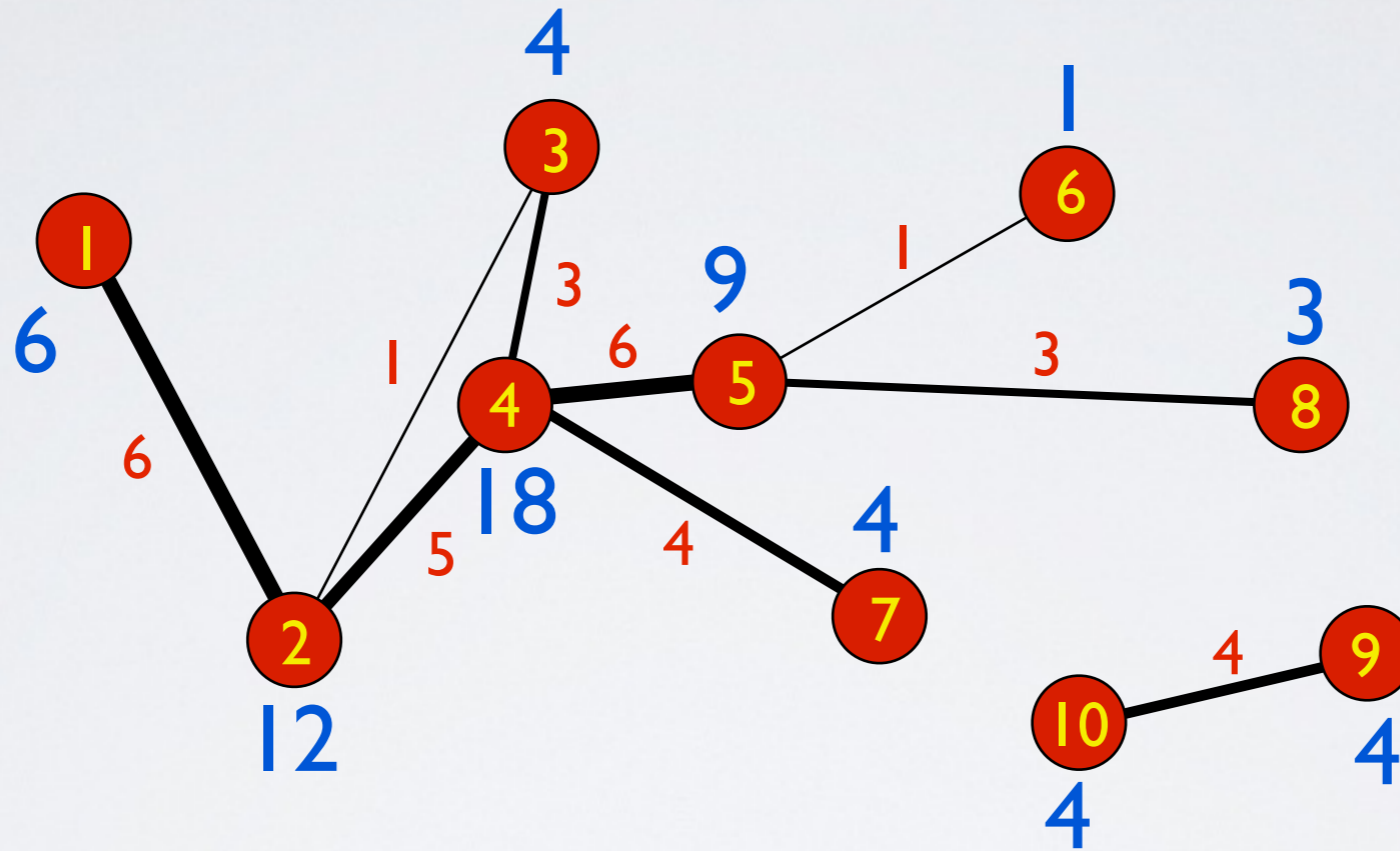


Degré entrant



Degré sortant

Degré pondéré : Force



DÉCRIRE DES GRAPHES

DÉCRIRE DES GRAPHES

- Si on nous donne un graphe, comment le décrire ?
- Comment comparer des graphes ?
- Que peut-on dire sur un graphe que l'on observe ?

SIZE

Compter les nœuds et les liens

N/n

L/m

L_{max}

taille: nombre de nœuds $|V|$.

nombre de liens $|E|$

Nombre maximal de liens

Réseaux non-dirigés: $\binom{N}{2} = N(N - 1)/2$

Réseaux dirigés: $\binom{N}{2} = N(N - 1)$

SIZE

| | #nœuds (n) | #liens (m) |
|-------------------------|-------------------|-------------------|
| Wikipedia HL | 2M | 30M |
| Twitter 2015 | 288M | 60B |
| Facebook 2015 | 1.4B | 400B |
| Brain c. Elegans | 280 | 6393 |
| Roads US | 2M | 2.7M |
| Airport traffic | 3k | 31k |

Description de réseaux - Nœuds/Liens

$\langle k \rangle$

Degré moyen: Les réseaux réels sont *clairsemé(sparse)*, i.e., typiquement le degré est petit par rapport au nombre de nœuds: $\langle k \rangle \ll n$. Augmente lentement avec le nombre de nœuds, e.g., $d \sim \log(m)$

$$\langle k \rangle = \frac{2m}{n}$$

$d/d(G)$

Densité: Fraction des paires de nœuds connectées dans G .

$$d = L/L_{\max}$$

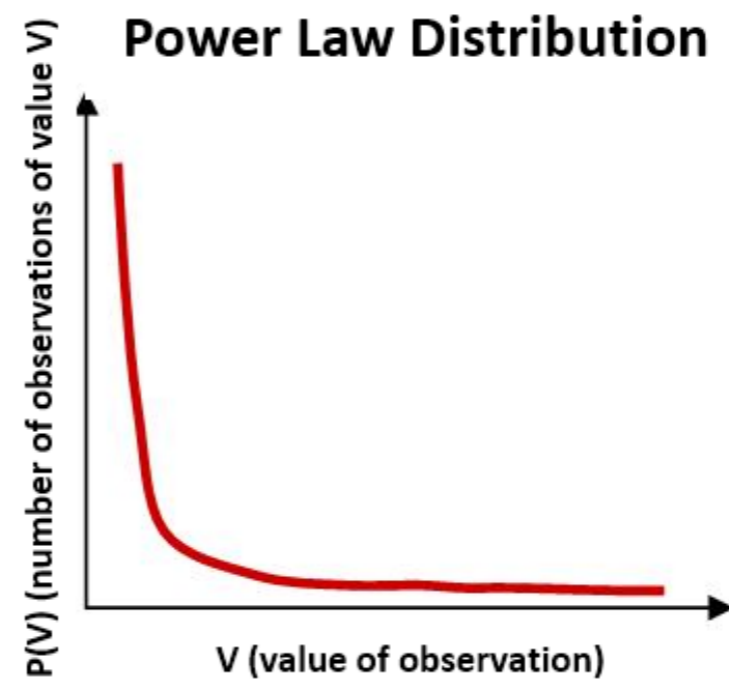
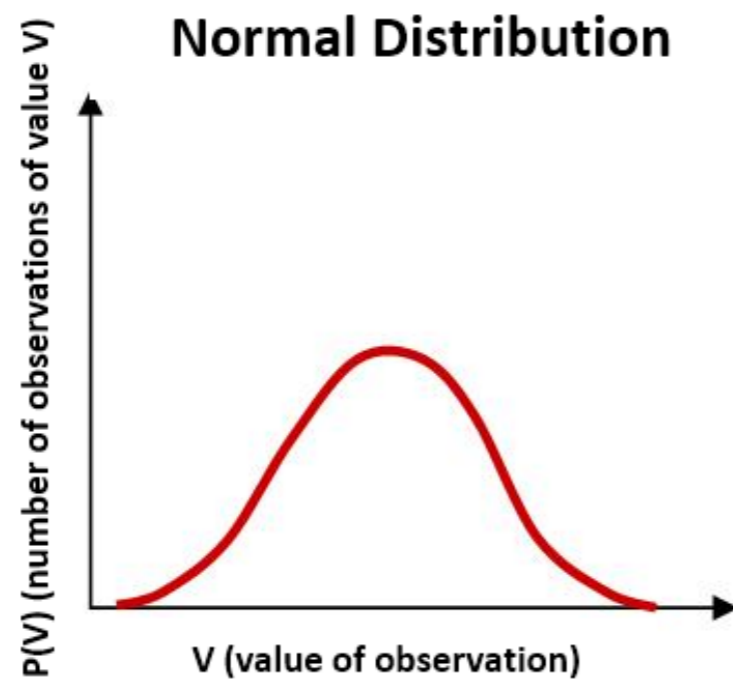
| | #nodes | #edges | Densité | Deg. Moyen |
|---------------------|---------------|---------------|----------------------|-------------------|
| Wikipedia | 2M | 30M | 1.5×10^{-5} | 30 |
| Twitter 2015 | 288M | 60B | 1.4×10^{-6} | 416 |
| Facebook | 1.4B | 400B | 4×10^{-9} | 570 |
| Brain c. | 280 | 6393 | 0,16 | 46 |
| Roads Calif. | 2M | 2.7M | 6×10^{-7} | 2,7 |
| Airport | 3k | 31k | 0,007 | 21 |

Attention: Densité difficile à comparer entre des graphes de taille différente

DENSITÉ

- Il a été observé que [Leskovec. 2006]
 - Lorsque les graphes grandissent, leur degré moyen tend à augmenter
 - (La densité, au contraire, tend à diminuer)
 - Cette augmentation est très lente.
- Pensez au nombre d'amis/followers dans une plate-forme de réseau social

DISTRIBUTION DE DEGRÉ



DISTRIBUTION DE DEGRÉ

- Dans un graphe complètement aléatoire (Erdos-Renyi), la distribution de degrés suit une loi normale (en fait, loi de Poisson) centrée sur le degré moyen.
- Dans les graphes réels, en général, pas le cas :
 - Grande majorité de nœuds de faible degré
 - Une faible quantité de nœuds de degré exceptionnel(Hubs)
- Loi de puissance (**power law**)

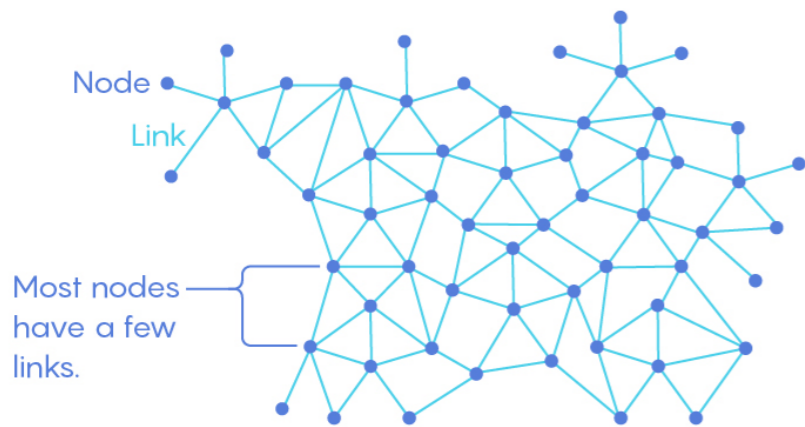
To Be or Not to Be Scale-Free

Scientists study complex networks by looking at the distribution of the number of links (or “degree”) of each node.

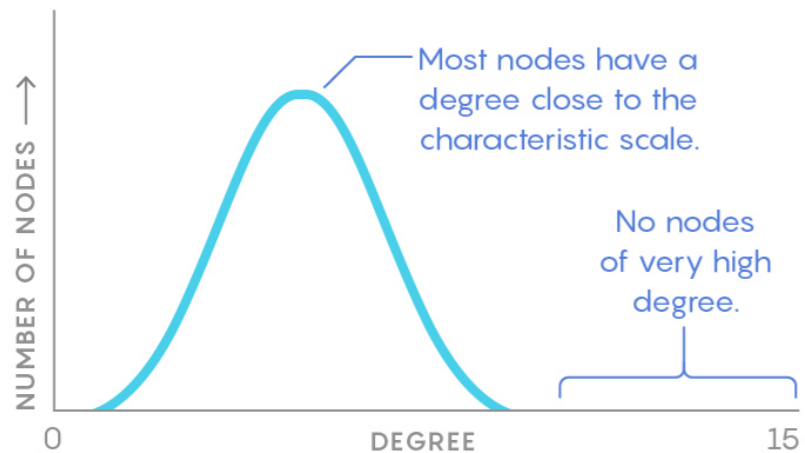
Some experts see so-called scale-free networks everywhere. But a new study suggests greater diversity in real-world networks.

Random Network

Randomly connected networks have nodes with similar degrees. There are no (or virtually no) “hubs” — nodes with many times the average number of links.



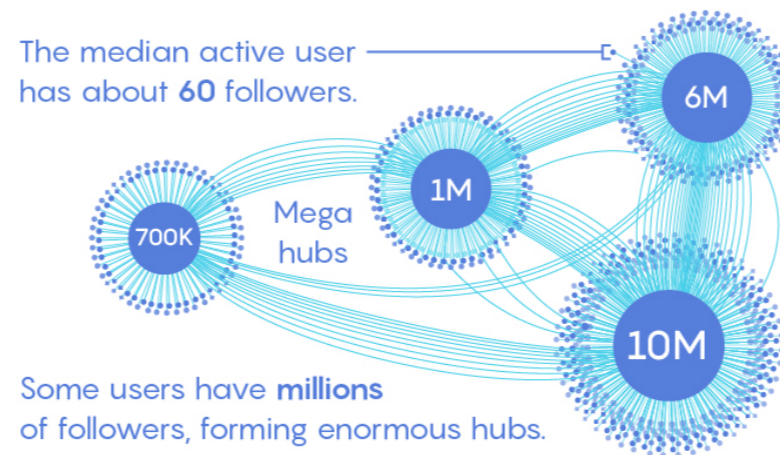
The distribution of degrees is shaped roughly like a bell curve that peaks at the network’s “characteristic scale.”



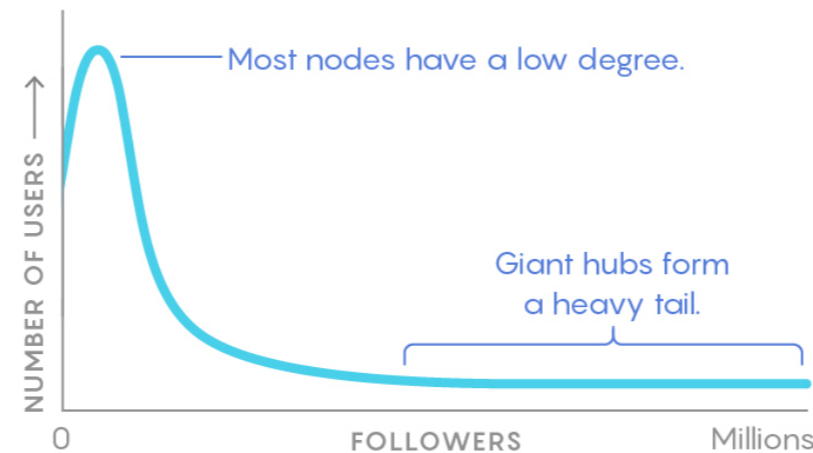
Twitter’s Scale-Free Network

Most real-world networks of interest are not random.

Some nonrandom networks have massive hubs with vastly higher degrees than other nodes.

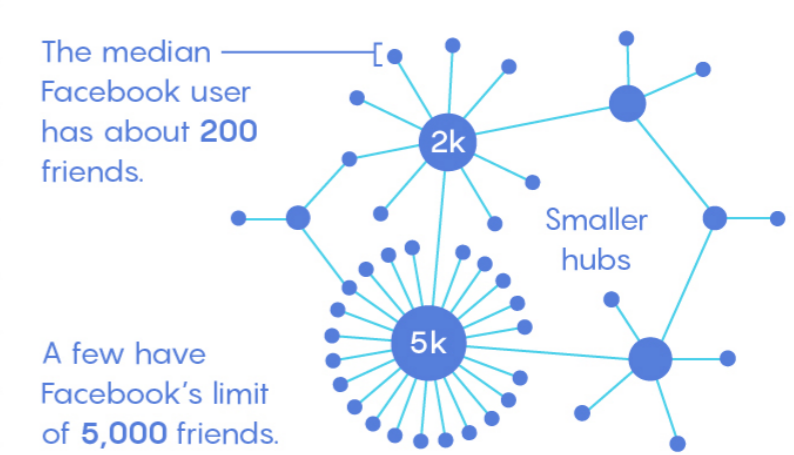


The degrees roughly follow a power law distribution that has a “heavy tail.” The distribution has no characteristic scale, making it scale-free.

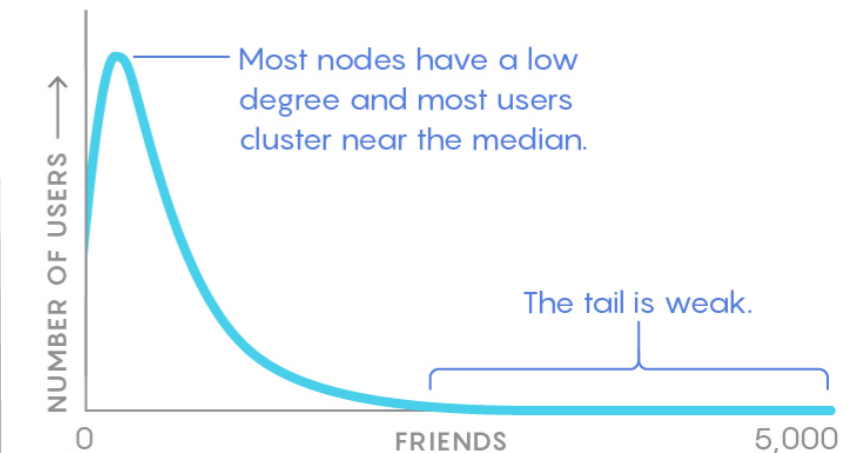


Facebook’s In-Between Network

Researchers have found that most nonrandom networks are not strictly scale-free. Many have a weak heavy tail and a rough characteristic scale.



This network has fewer and smaller hubs than in a scale-free network. The distribution of nodes has a scale and does not follow a pure power law.



DEGREE DISTRIBUTION

- Implications:
 - Le degré moyen n'est pas représentatif
 - Réseau "sans échelle" => Pas d'échelle caractéristique

COEFFICIENT DE CLUSTERING

- **Coefficient de clustering** ou **fermeture transitive**
- Les triangles sont considérés important dans un graphe
 - Réseau social: *les amis de mes amis sont mes amis*
 - Le nombre de triangle est très différent entre les réseaux aléatoires et les réseaux réels (en général)

CLUSTERING COEFFICIENT

Triangles

δ_u - **Triades de u** : nombre de triangles contenant le node u

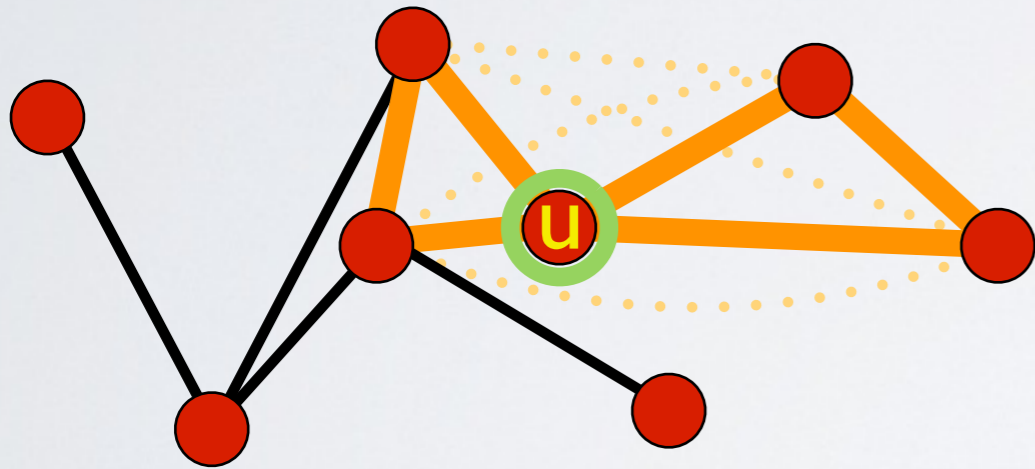
Δ - **Nombre de triangles dans le graphe** $\Delta = \frac{1}{3} \sum_{u \in V} \delta_u$.

Chaque **triangle** dans le graphe est compté comme une **triade** une fois par chacun des nœuds qui le compose.

δ_u^{\max} - **Potentiel de triangle de u** : Nombre maximal de triangles qui peuvent exister contenant u , étant donné son degré: $\delta_u^{\max} = \tau(u) = \binom{k_i}{2}$

Δ^{\max} - **Potentiel de triangle de G** : Nombre maximal de triangles qui peuvent exister dans le graphe, étant donné sa distribution de degré. $\Delta^{\max} = \frac{1}{3} \sum_{u \in V} \delta^{\max}(u)$

C_u - **Clustering coefficient d'un nœud**: densité du sous-graphe induit par les voisins du nœud u , $C_u = d(H(N_u))$. Aussi interprété comme la fraction de tous les triangles possibles dans N_u qui existent, $\frac{\delta_u}{\delta_u^{\max}}$



Liens: 2
Max liens: $4 * 3 / 2 = 6$
 $C_u = 2 / 6 = 1 / 3$

Triangles=2
Triangles Possible = $\binom{4}{2} = 6$
 $C_u = 2 / 6 = 1 / 3$

$\langle C \rangle$ - **Coefficient de clustering moyen:** Moyenne des coefficients de clustering de tous les nœuds du graphe, $\bar{C} = \frac{1}{N} \sum_{u \in V} C_u$.

Attention en interprétant cette valeur : les nœuds de faible degrés sont généralement majoritaires dans les graphes réels, et leur valeur de clustering C est très sensible, i.e., pour un nœud u de degré 2, $C_u \in [0, 1]$, tandis que les nœuds de fort degré ont tendance à avoir des scores plus contrastés.

C^g - **Coefficient de clustering global:** Fraction de tous les triangles possibles qui existent dans le graphe, $C^g = \frac{\Delta}{\Delta_{\max}}$

COEFFICIENT DE CLUSTERING

- CC Global:
 - ▶ Dans un réseau aléatoire, CC global = densité
 - =>Très petit pour des grands graphes
 - ▶ Facebook ego-networks: 0.6
 - ▶ Twitter lists: 0.56
 - ▶ California Road networks: 0.04

CHEMINS/MARCHES

Chemins - Marches - Distance

Marche: Séquence de nœuds ou liens adjacents (e.g., **1.2.1.6.5** est une marche valide)

Chemin: Une marche dans laquelle tous les nœuds sont distincts.

Longueur d'un chemin: nombre de **liens** traversés par un chemin

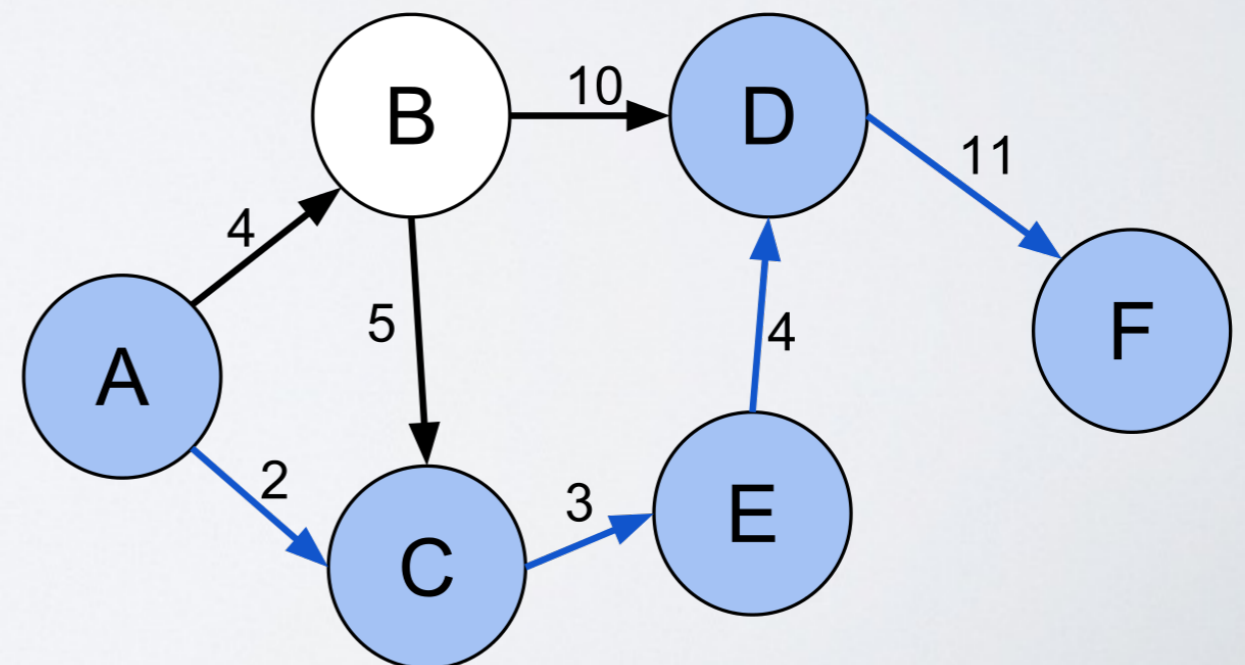
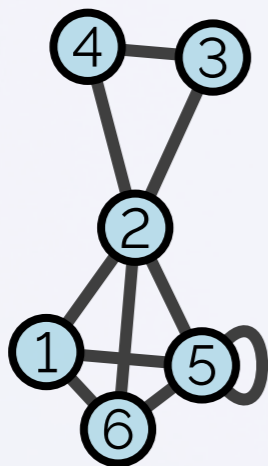
Longueur pondérée d'un chemin: Somme des poids des liens sur un chemin

Plus court chemin: Le plus court chemin entre deux nœuds u, v est un chemin de *longueur* minimale. Souvent, il n'y en a pas qu'un seul.

Plus court chemin pondéré: Chemin de plus court *chemin pondéré*.

$l_{u,v}$: **Distance:** La distance entre les nœuds u, v est la longueur de plus court chemin entre eux.

Graph



Description de réseaux - Chemins

l_{\max}
 $\langle l \rangle$

Diametre: *distance* maximale entre 2 nœuds du réseau.
Distance moyenne, i.e., moyenne des distances entre toutes les paires de nœuds:

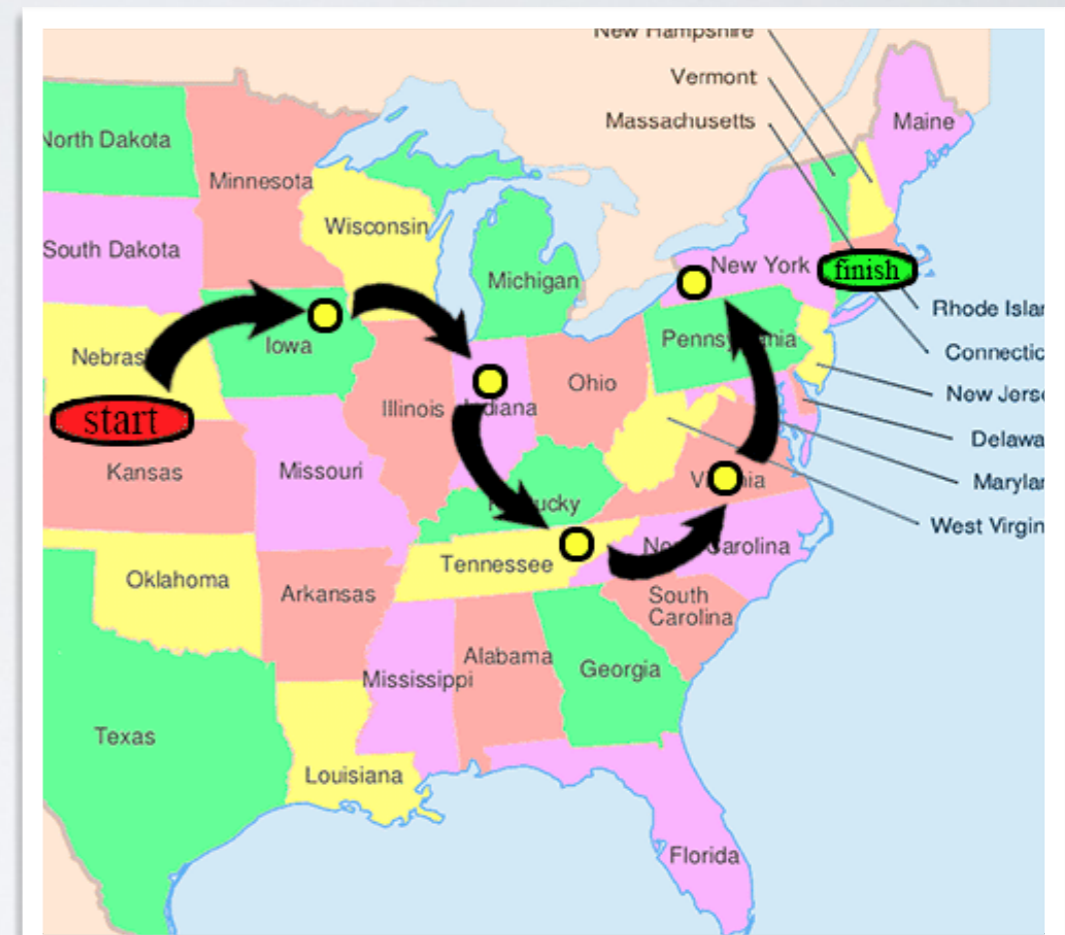
$$\langle l \rangle = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i \neq j} d_{ij}$$

DISTANCE MOYENNE

- Les “6 degrés de séparation” (Expérience de Milgram)
 - Voir slides suivant
- Indique si le graphe est en “sac de nœuds”, ou s’il est étiré (“filaments”, moustaches...)

EXPÉRIENCE DE MILGRAM

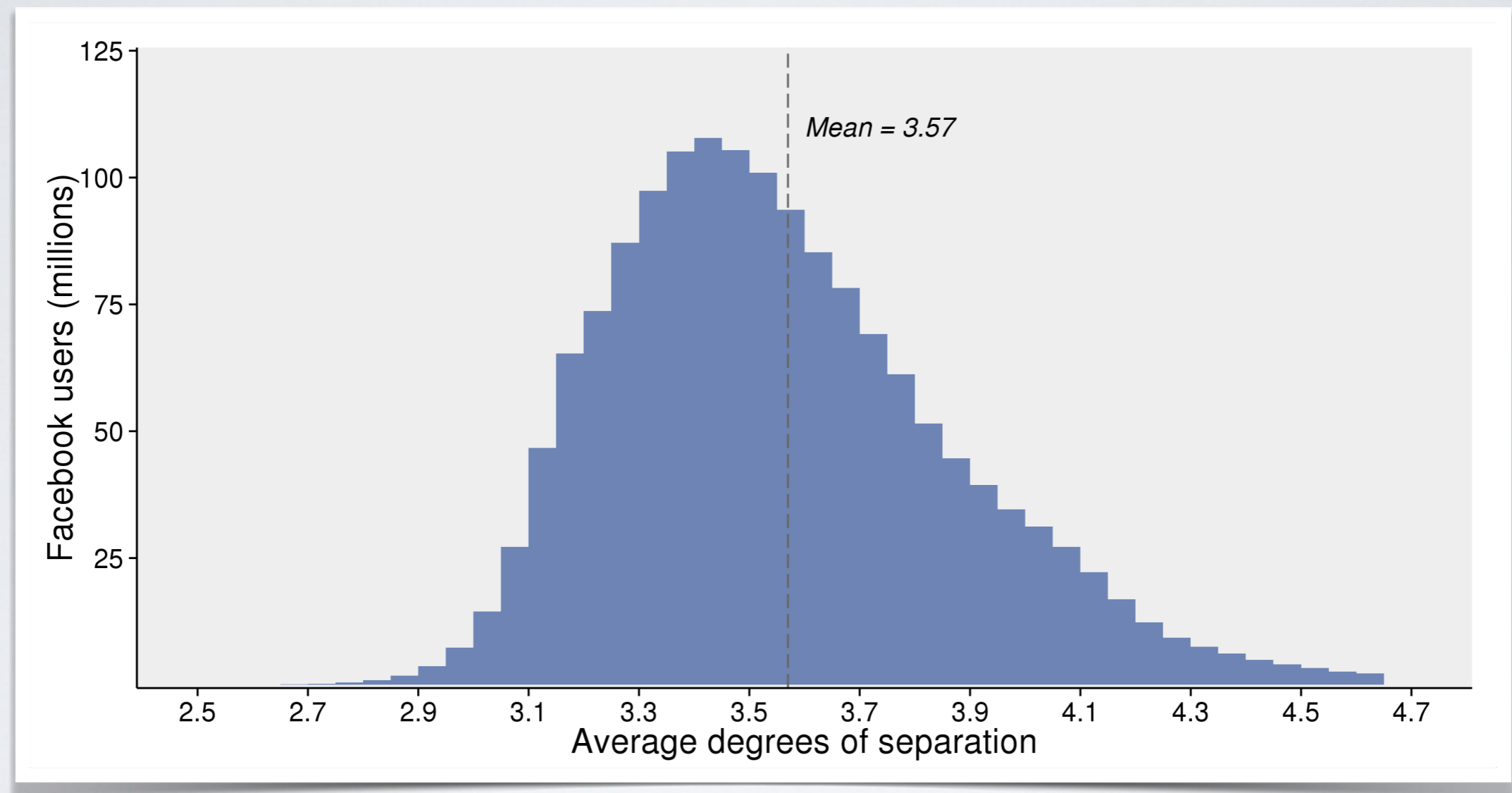
- Expériences du petit monde (60's)
 - ▶ Donner une enveloppe à des individus pris au hasard
 - ▶ Demander de l'envoyer à une personne qu'ils ne connaissent pas
 - A partir d'information (genre, age, métier)
 - ▶ Ils font transiter par des connaissances
- Résultats: en moyenne, 6 "sauts" avant d'arriver



EXPÉRIENCE DE MILGRAM

- Plusieurs critiques possibles
 - ▶ Certains courriers ne sont jamais arrivés
 - ▶ Nombre assez faible de participants
 - ▶ ...
- Plus récemment, possibilité de tester sur de grands réseaux en ligne:
 - ▶ MSN messenger
 - ▶ Facebook
 - ▶ Etc.
 - ▶ ...

EXPÉRIENCE DE MILGRAM



Facebook

SMALL WORLD

Réseau petit monde

Un réseau est dit **petit monde** (Small world) lorsqu'il a certaines propriétés structurelles^a. La définition n'a pas vraiment de définition quantitative, mais correspond aux propriétés suivantes:

- La distance moyenne doit être courte, i.e., de l'ordre de grandeur du log du nombre de nœud: $\langle \ell \rangle \approx \log(N)$
- Le coefficient de Clustering doit être grand, i.e., largement supérieur à celui d'un graphe aléatoire de propriétés équivalente, e.g., $C^g \gg d$, avec d la densité du graphe.

LES GRAPHES EN TANT QUE MATRICES

Les matrices en quelques mots

Les matrices sont des objets mathématiques qui sont des *tables* de nombres. La taille d'une matrice est exprimée comme $m \times n$, pour une matrice avec m lignes et n colonnes. **l'ordre (ligne/colonne) est important.**

M_{ij} représente l'élément sur la **ligne** i et **colonne** j .

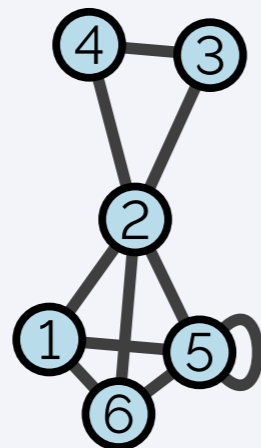
ADJACENCY MATRIX

A - Matrice d'adjacence

La méthode la plus courante pour représenter un graphe par une matrice consiste à créer une matrice d'adjacence A . C'est une matrice carrée dont le nombre de lignes et de colonnes est égal au nombre de nœuds N du graph. Les nœuds du graphe sont numérotés de 1 à N , et il y a un lien entre les nœuds i et j si la valeur à la position A_{ij} n'est pas 0.

- Une valeur sur la diagonale représente une **boucle**
- si le graphe est **non dirigé**, la matrice est **symétrique**: $A_{ij} = A_{ji}$ pour tout i, j .
- Dans un graphe **non pondéré**, les liens sont représentés par la valeur 1.
- Dans un graphe **pondéré**, la valeur A_{ij} représente le **poids** du lien (i, j)

Graph



A - Adjacency Mat.

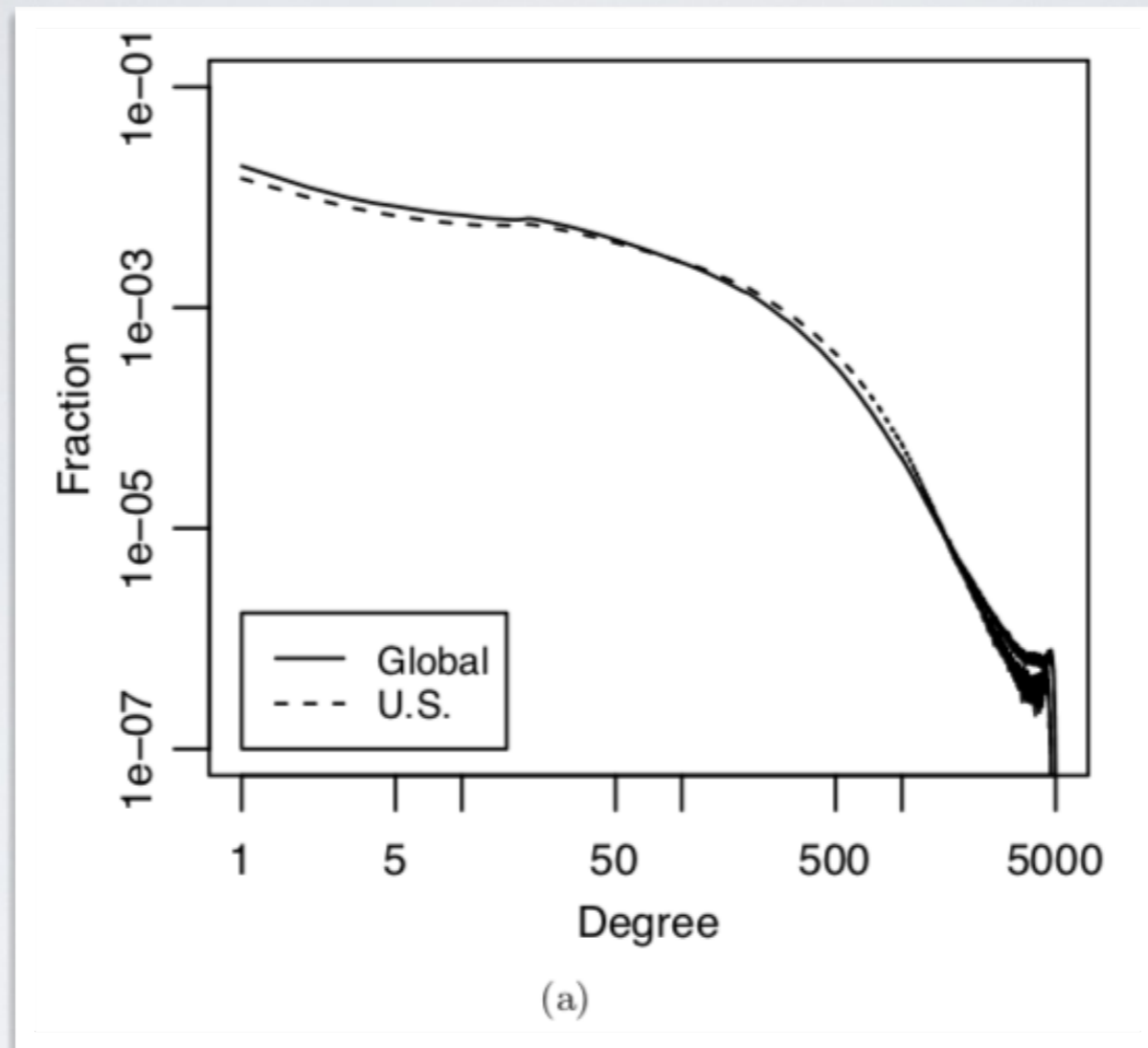
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

EXEMPLE D'ANALYSE DE GRAPHES

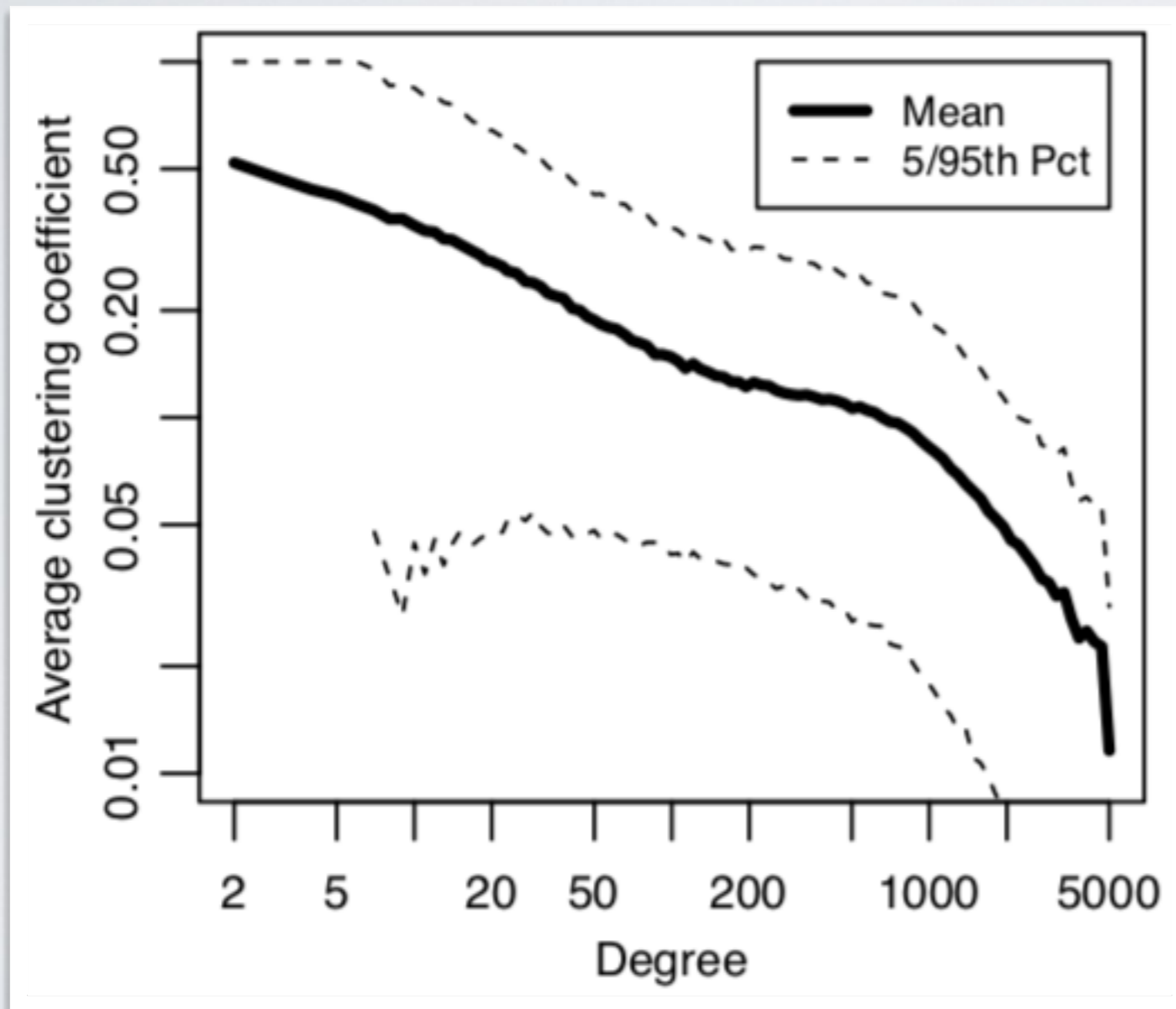
- Source: [The Anatomy of the Facebook Social Graph, Ugander et al. 2011]
- Le réseau “d’amis” Facebook 2011

EXEMPLE D'ANALYSE DE GRAPHES

- 721 M d'utilisateurs (nœuds) (actifs au cours des 28 derniers jours)
- 68 Milliards de liens
- Degré moyen: 190
- Degré médian: 99
- Composante connexe principale : 99.91%

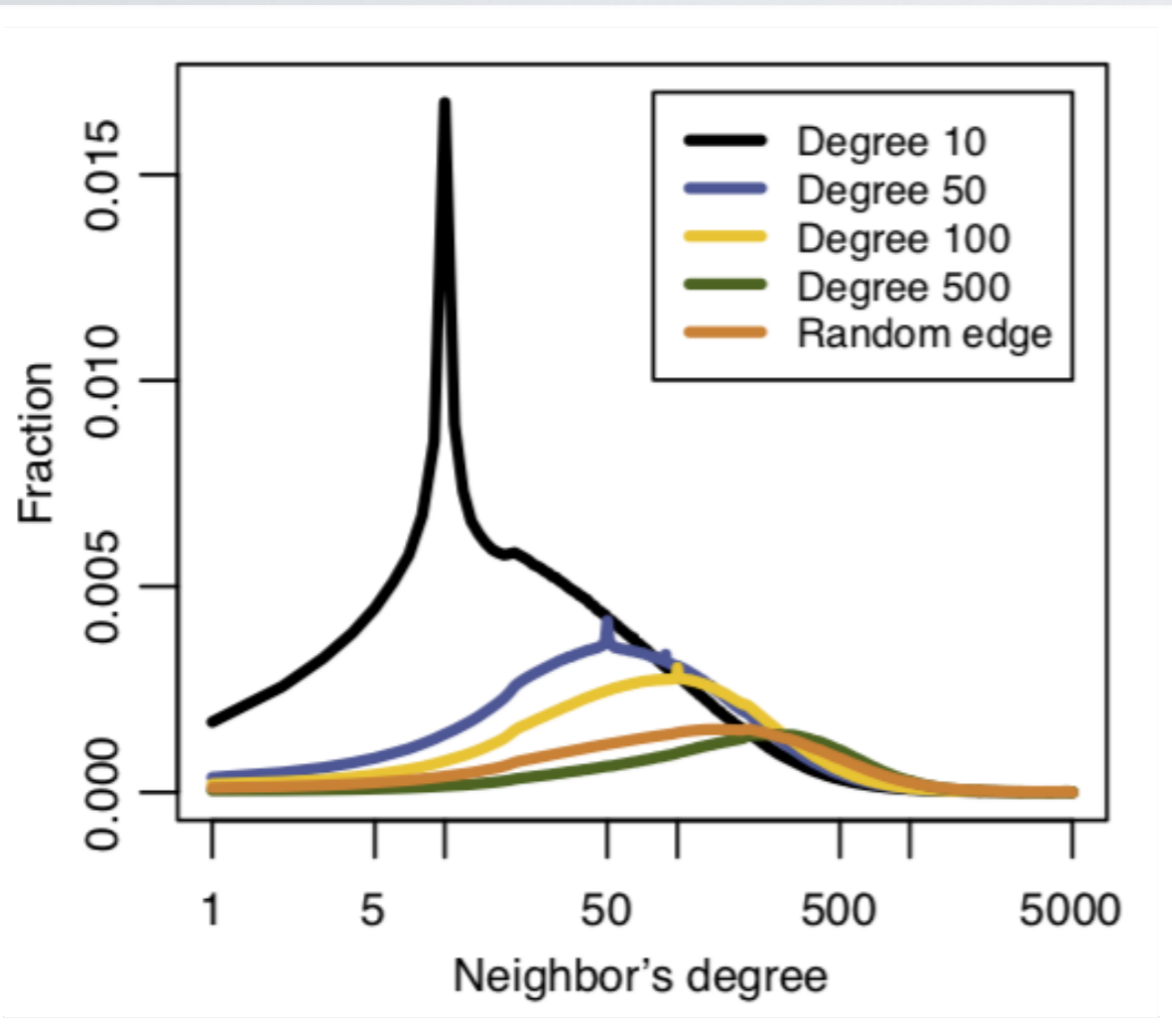


Distribution de degrés

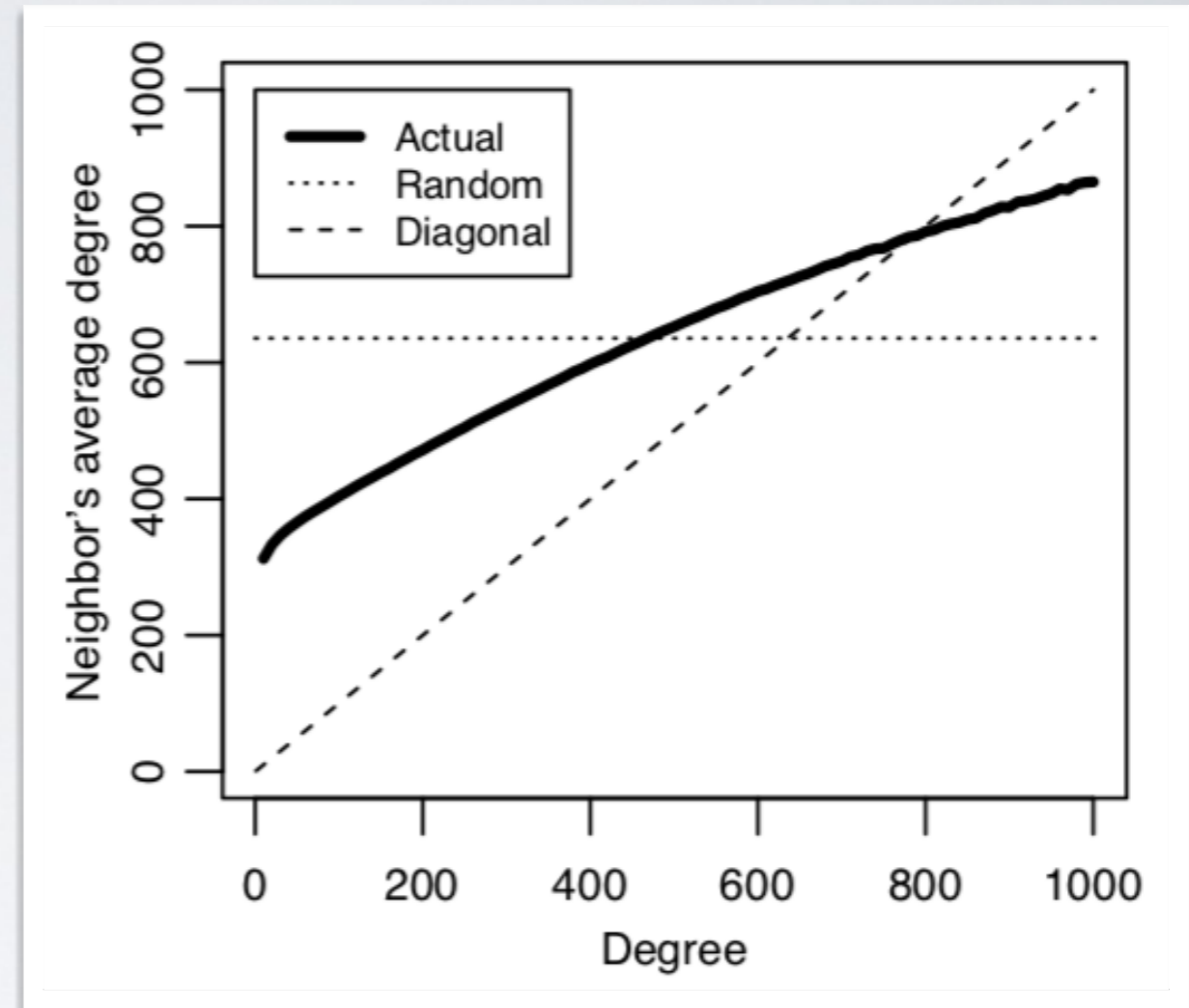


Clustering coefficient By degree

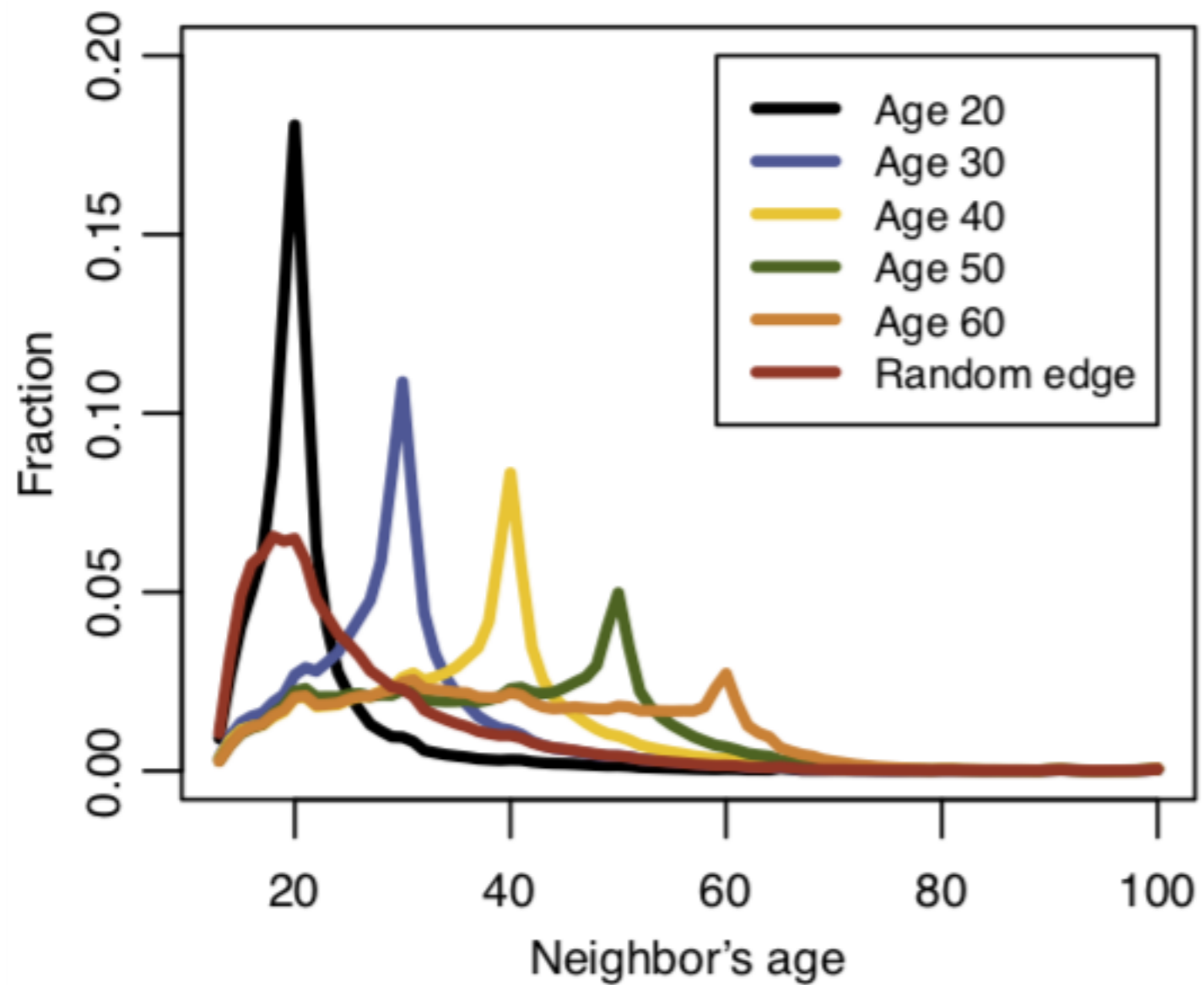
Utilisateur median: 0.14:
14% des personnes qui ont un
ami en commun son amis



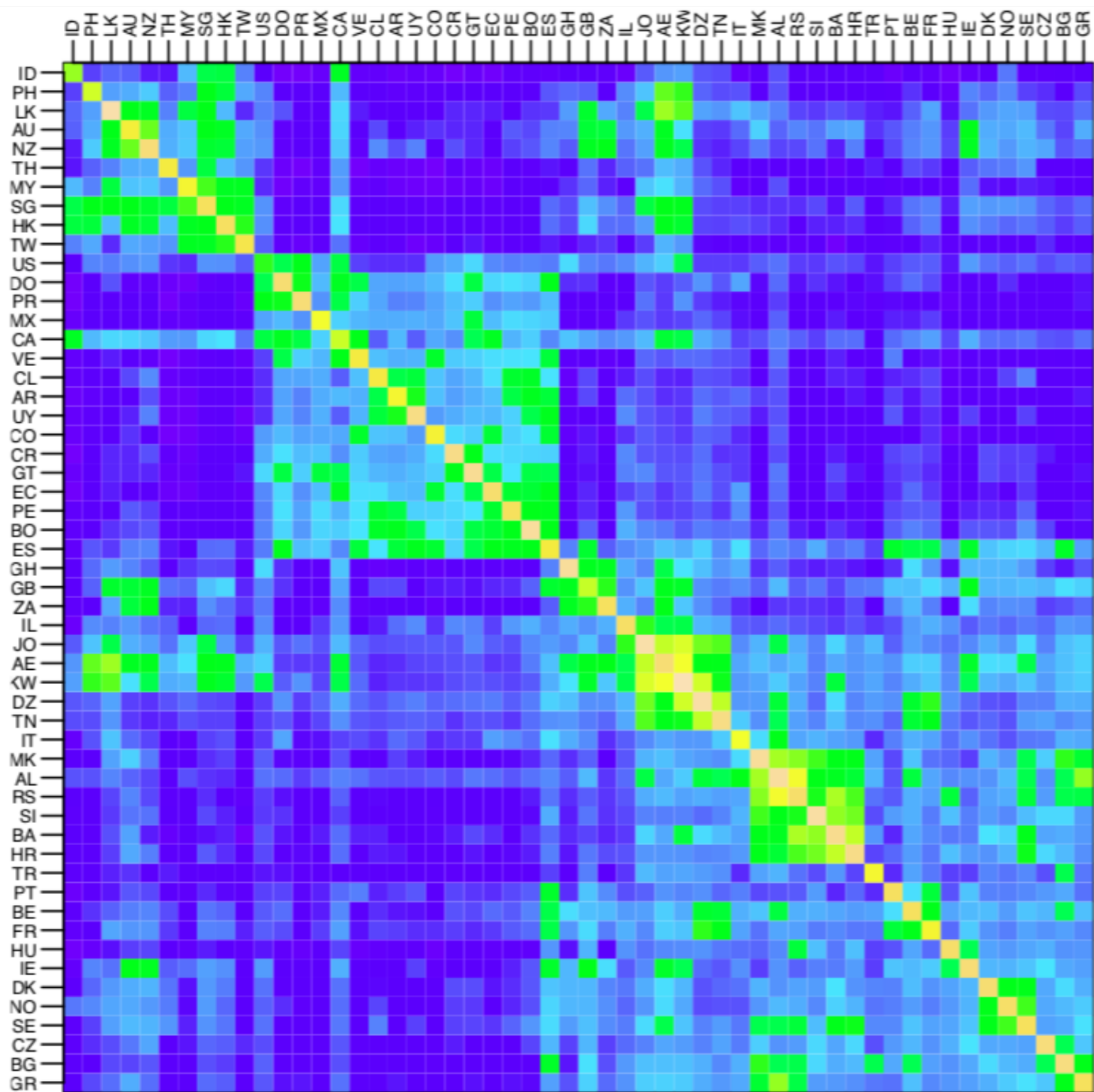
Beaucoup de mes amis
ont le même
Nombre d'amis que
moi...



Mes amis ont plus
d'amis que moi !



Homophily en fonction
de l'âge



Similarité par pays

84.2% des liens sont à l'intérieur des pays